COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 JUILLET 1887.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse une ampliation du Décret par lequel M. le Président de la République approuve l'élection que l'Académie a faite de M. *Verneuil* pour remplir, dans la Section de Médecine et Chirurgie, la place devenue vacante par suite du décès de M. *Gosselin*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Verneuil** prend place parmi ses Confrères.

Inauguration de la statue de Nicolas Leblanc;

Note de M. **Eug. Peligot**.

« L'Académie des Sciences s'est intéressée, à diverses époques, à la pensée de rendre un hommage public à la mémoire de Nicolas Leblanc.

En 1883, un Comité de patronage se constituait, sous la présidence de M. Dumas, en se donnant la mission d'accomplir, avec l'aide d'une souscription internationale, l'œuvre de réparation auquel a droit l'inventeur de la soude artificielle. Ce Comité, composé en grande partie de Membres de l'Institut, a terminé la tâche qu'il s'était imposée : la statue en bronze de Nicolas Leblanc a été inaugurée, mardi dernier, 28 juin, dans la cour d'honneur du Conservatoire des Arts et Métiers.

» Je dépose sur le Bureau de l'Académie la médaille commémorative frappée à cette occasion; je dépose également le discours que j'ai adressé à M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie, Président de la cérémonie d'inauguration. »

THÉRAPEUTIQUE. — *Note de* M. **Pasteur** *accompagnant la présentation du Rapport de la Commission anglaise de la rage.*

« J'ai l'honneur de déposer sur le Bureau de l'Académie le Rapport présenté à la Chambre des Communes par la Commission anglaise chargée d'étudier la méthode de prophylaxie de la rage.

» Cette Commission était composée de :

Sir James Paget, président,
Lander Brunton,
Fleming,
Sir Joseph Lister,
Quain,
Sir Roscoe,
Burdon Sanderson,
Victor Horsley, secrétaire.

» Nommée le 12 avril 1886, cette Commission a mis plus d'une année à contrôler tous les faits qui servent de base à la méthode.

» Le développement du virus rabique dans la moelle des animaux morts de rage, la transmission de ce virus par inoculation intra-crânienne ou hypodermique, l'exaltation de ce virus par passages successifs de lapin à lapin, puis la possibilité soit de protéger d'avance, à l'aide d'inoculations vaccinales, des animaux sains contre des morsures ultérieures d'animaux enragés, soit d'empêcher dans ceux qui avaient été mordus l'explosion de la rage, et enfin l'application de cette méthode à l'homme et la valeur de son efficacité, tel a été ce long programme d'expériences et d'enquêtes.

» La conclusion du Rapport est une expression de confiance entière et unanime.

» Ainsi tombent d'elles-mêmes les contradictions qui se sont produites.

» Je laisse de côté les attaques passionnées qui n'ont eu pour excuse ni la moindre tentative d'expérimentation, ni la plus légère observation des faits dans mon laboratoire, ni même un échange de paroles et d'idées avec le directeur de la clinique de la rage, le professeur Grancher et les docteurs qui l'assistent.

» Mais, si profonde que soit ma satisfaction de Français, je ne puis me défendre d'un sentiment de grande tristesse en songeant que ce haut témoignage donné par une Commission de savants illustres n'a pas été connu de celui qui, au début de l'application de la méthode, m'a soutenu de ses conseils et de son autorité, qui, plus tard, quand j'étais absent et malade, sut si bien défendre la vérité et la justice, de notre cher Confrère Vulpian. »

ASTRONOMIE. — *Note sur les premiers travaux de l'observatoire de Nice*; par M. Faye.

« A peine les constructions commençaient-elles à sortir de terre, M. Perrotin, à qui M. Bischoffsheim a confié la direction astronomique sur la désignation du Bureau des Longitudes, commençait lui-même la série de ses observations; il les a poursuivies dès lors avec un zèle et une capacité dont témoigneront assez les deux premiers volumes des *Annales* de cet observatoire (¹). Lorsqu'il ne disposait encore que d'un petit cercle méridien de Gautier, il a mis à profit cet instrument pour déterminer la position géographique du nouvel observatoire, en le rattachant, par des opérations de télégraphie électrique, à l'observatoire du Bureau des Longitudes à Montsouris (commandant Bassot et Perrotin), puis à l'observatoire de Milan (Perrotin et Celoria). La longitude de Milan ayant été antérieurement déterminée directement par notre Confrère le général

---

(¹) Le deuxième Volume, édité avec tous les soins imaginables par M. Gauthier-Villars, vient de paraître sous le titre : *Fondation Bischoffsheim. Annales de l'Observatoire de Nice, publiées, sous les auspices du Bureau des Longitudes, par M. Perrotin, directeur.* Le premier Volume contiendra la description de l'observatoire et de ses instruments.

Perrier et M. Celoria, nous rencontrons tout d'abord une vérification décisive, car les deux premières opérations donnent pour Paris-Milan $27^m 25^s,325$, tandis que la mesure directe a donné $27^m 25^s,313$.

» Quant à la latitude, M. Perrotin lui assigne provisoirement la valeur $43^\circ 43' 16'',9$. Il en déterminera plus tard la valeur définitive à l'aide du grand cercle méridien que nos Confrères ont pu admirer dans les ateliers des frères Brunner, avant sa translation à Nice.

» Dès que le Directeur s'est trouvé en possession du bel équatorial de $0^m,38$ d'ouverture objective qu'on désigne à Nice, malgré ses dimensions, sous le nom de *petit équatorial*, il a entrepris une série de mesures d'étoiles doubles, dont on n'avait jusqu'alors que bien peu d'exemples en France. L'examen de ces mesures, comprenant plus de trois années d'un travail assidu, nous a montré qu'elles rivalisent, en fait de précision, avec les plus beaux travaux de ce genre exécutés à l'étranger à l'aide d'instruments plus puissants, mais sous un ciel moins favorable. L'érection de la grande lunette de $0^m,76$, qui va nous mettre enfin au pair des progrès accomplis à l'étranger, donnera à ces travaux une impulsion toute nouvelle.

» Puis vient une suite d'observations de toutes les comètes parues depuis quatre ans et d'un grand nombre de petites planètes. Elles sont dues à MM. Perrotin et Charlois. Je rappelle à cette occasion que le zélé collaborateur de M. Perrotin ne s'est pas contenté d'observer les planètes déjà connues, en choisissant les plus difficiles : à l'exemple de son chef, M. Perrotin, il en a lui-même découvert une dans ces derniers temps, en sorte que l'observatoire de Nice a déjà commencé à payer son tribut à cette branche de l'Astronomie.

» Qu'il me soit permis d'insister particulièrement sur les beaux travaux de Spectroscopie dus à M. Thollon, à qui M. Bischoffsheim avait eu l'heureuse pensée de créer une position dans son observatoire. Je citerai d'abord la découverte que M. Janssen rappelait à l'Académie, le jour même où j'avais la douleur de lui annoncer la mort de l'éminent physicien. Je veux parler de la différence essentielle que les raies telluriques et les raies d'origine solaire présentent lorsqu'elles émanent d'un bord du Soleil entraîné vers nous, ou en sens inverse, par la rotation. Les secondes se déplacent vers le violet ou vers le rouge, tandis que les autres restent fixes. En combinant deux groupes voisins sur l'équateur, formés chacun d'une raie du fer et d'une raie voisine due à la vapeur d'eau atmosphérique, mais inversement disposées, M. Thollon a constaté que l'un de ces groupes se dilate et que l'autre se rétrécit en passant d'un bord à l'autre du disque solaire. La mesure de ces inégalités, ainsi mises en plein contraste, doit conduire à la détermination la plus directe de la vitesse de rotation superficielle du Soleil dans cette région. Voilà certes une belle application d'une indication capitale que la Science doit à notre Confrère M. Fizeau.

» C'est en examinant à Nice les alentours immédiats du Soleil masqué par un écran que MM. Thollon et Gouy découvrirent, tout près de cet astre, la grande comète de 1884. Ils constatèrent que le spectre de cette étonnante comète présentait les raies du sodium, fait presque inouï jusqu'alors. Bien plus, les mêmes observateurs remarquèrent que les raies D_1 et D_2 de la comète étaient déviées vers le rouge du quart ou du cinquième de leur distance, et ils n'hésitèrent pas à en conclure que la comète s'éloignait alors de la Terre avec une vitesse de 76^{km} à 61^{km} par seconde. Le calcul des éléments de l'orbite permit plus tard à M. Bigourdan de montrer que les observateurs de Nice avaient eu raison; il trouva qu'au moment de l'observation de MM. Thollon et Gouy la vitesse de la comète, dans le sens de leur rayon visuel, était de 73^{km}.

» Vient ensuite une autre découverte bien féconde en résultats. M. Thollon a constaté que, dans les régions B et α du spectre solaire, une partie des raies telluriques sont dues, non pas à un élément variable avec la température, tel que la vapeur d'eau, mais à un élément constant de l'atmosphère, tel que l'azote ou l'oxygène, dont l'influence ne varie qu'avec l'altitude du Soleil. Plus tard, M. Egoroff a brillamment confirmé cette découverte en montrant que les raies susdites appartiennent toutes à l'oxygène de l'air.

» Enfin, je ne puis m'empêcher de mentionner le récit de l'expédition que l'observatoire de Nice envoya, en 1882, dans la haute Égypte, sous la direction de M. Thollon, pour l'observation d'une éclipse totale de Soleil. Grâce aux recommandations de nos illustres Confrères MM. de Freycinet et de Lesseps, cette expédition fut accueillie à merveille par le gouvernement du vice-roi. Elle se composait de MM. Thollon, Puiseux fils, Trépied et d'un Anglais, M. Ranyard, bien connu du monde savant. Le programme des observations avait été rédigé par le Bureau des Longitudes et, chose touchante, notre regretté Confrère M. Puiseux avait employé, malgré la maladie dont il mourut peu de temps après, les derniers moments de son séjour à l'observatoire de Nice, où il était allé chercher un allègement à ses maux, à calculer les éléments de cette éclipse pour la localité désignée. Il est bon de rappeler ici que les astronomes étrangers qui avaient choisi le même lieu pour l'observation de cette éclipse, MM. Lockyer, Schuster, Laurence, Buchanan, Tacchini et Mahmoud Pacha, résolurent d'opérer en commun avec les astronomes de Nice et de ne former qu'une seule mission en quelque sorte internationale.

» Les travaux dont je viens de rendre un compte trop rapide datent tous de l'époque où l'observatoire de Nice était en voie de construction. Aujourd'hui, il est achevé. Le grand cercle méridien des frères Brunner est maintenant en place, et la grande lunette de $0^{m},76$ d'ouverture, due aux frères Henry, montée parallactiquement sur le pied construit par Gautier, vient d'être installée sous la merveilleuse coupole tournante d'Eiffel, dont le diamètre surpasse celui de la coupole du Panthéon. Voici donc que s'ouvre l'ère de l'activité complète pour l'observatoire de Nice, désormais doté des plus beaux, des plus puissants instruments du monde, sous un ciel qui en doublera l'efficacité. Quant au personnel, le passé répond de l'avenir ; ce qui a été fait jusqu'ici, avec des moyens incomplets, laisse prévoir ce que les astronomes de Nice feront avec les immenses ressources qui leur sont confiées. M. Bischoffsheim a su faire appel à des observateurs distingués ; il a obtenu le concours dévoué du Bureau des Longitudes ; il s'est entouré des premiers artistes, des premiers constructeurs de notre pays ; il a voulu enfin que son palais astronomique et physique s'ouvrît largement aux hommes de science à qui l'État ne peut pas toujours fournir des moyens d'action. Son œuvre sera l'honneur et l'ornement de cette cité, reine de la Méditerranée, où dès l'arrivée des voyageurs, au débarcadère même, l'œil est saisi par l'aspect des beaux édifices astronomiques dont notre célèbre Confrère M. Garnier a couronné la montagne voisine. Mais c'est surtout à la gloire de la Science française que M. Bischoffsheim a voulu ériger un monument digne d'elle et de vous.

» Bien qu'à l'étranger on soit plus habitué que nous autres Français aux créations de l'initiative individuelle, l'impression produite y a été profonde, je dirai même touchante, en ce qu'elle s'est dégagée de tout esprit de rivalité. Ainsi, et l'Académie l'apprendra avec satisfaction, l'Association géodésique internationale, qui compte dans son sein des représentants de la Science de tous les pays et des états-majors de toutes les armées européennes, a décidé à l'unanimité, dans sa réunion plénière de Berlin en novembre dernier, que la prochaine session de sa Commission permanente aura lieu cette année, en octobre, à l'observatoire de Nice, dans la pensée de rendre un solennel hommage à cette noble création. »

ASTRONOMIE. — *Méthode générale pour la détermination de la constante de l'aberration. Procédé particulier pour rendre la recherche indépendante du tour de vis et conclusions;* par M. Lœwy.

« Afin de rendre la recherche indépendante de la valeur du tour de vis, il faut, pour des raisons que la discussion fera connaître, d'une part, choisir les deux couples conjugués de telle sorte que les deux arcs $\gamma_{,}$ et $\gamma_{,,}$ les reliant deviennent aussi égaux que possible et, d'autre part, munir le chariot mobile du micromètre de plusieurs fils, 7 par exemple, $f_1, f_2, \ldots, f_7$, séparés les uns des autres de 40″, 9, le double de la constante de l'aberration. Soient d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6 leurs intervalles respectifs et D la distance $f_7 - f_1$.

» Si la valeur $\gamma_{,,} - \gamma_{,}$ était notable, une variation possible de la vis par la température pourrait exercer un effet appréciable; mais cette différence étant presque zéro, il reste à considérer le changement angulaire des arcs $\gamma_{,}$ et $\gamma_{,,}$ produit uniquement par l'aberration. Ces préliminaires établis, nous allons exposer les méthodes à adopter dans les réductions et dans les opérations afin de soustraire les résultats à l'influence de la vis. Pour fixer les idées, nous admettrons : 1° qu'on ait réalisé, conformément aux règles antérieurement établies, une série de dix mesures $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_{10}$ dans les trente-cinq premiers jours et dix autres $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3, \ldots, \lambda'_{10}$ dans les trente-cinq derniers jours, λ_1 étant relatif au premier et λ_{10} au dernier jour de la période de quatre-vingt-dix-huit jours; 2° ce qui, *grosso modo*, aura toujours lieu dans la réalité, que les déterminations soient symétriques par rapport à l'époque moyenne des observations.

» Ceci posé, pour arriver à la solution que nous avons en vue, il faut combiner les mesures des deux séries dans l'ordre suivant : $\lambda'_{10} - \lambda_{10}, \lambda'_9 - \lambda_9, \ldots, \lambda'_1 - \lambda_1$; toutes ces différences, relatives à un intervalle de temps écoulé de deux mois environ, étant alors à peu près 41″, on arrivera à des relations dans lesquelles le coefficient de k sera partout presque égal à 2. En formant aussi des équations de condition d'égale importance, on aura en outre l'avantage d'éviter la recherche de l'inconnue par la méthode des moindres carrés; pour l'obtenir, il suffira de prendre la moyenne de toutes les déterminations particulières. Ce procédé de réductions adopté, qui d'ailleurs est le plus rationnel, le problème à résoudre est alors celui-ci : mesurer, sans introduire une inexactitude tenant à la vis, une distance presque constante, oscillant légèrement autour du nombre de 41″. Voici maintenant la marche à suivre permettant de réaliser d'une manière complète cette importante condition d'exactitude.

» On exécutera à la première période toutes les comparaisons au moyen du même fil : on arrivera aux relations connues $\lambda_{\prime} = \gamma_{\prime\prime} - \gamma_{\prime} - 2k\cos\mathcal{L}$; $\lambda_{\prime\prime} = \gamma_{\prime\prime} - \gamma_{\prime} - 2k\cos\mathcal{L}_{\prime}$, ... ; et à la seconde période, on effectuera la série des observations alternées des deux couples dans un ordre différent, on mesurera l'arc $\gamma_{\prime}$ comme précédemment au même fil pendant huit à dix minutes; mais, en passant après à $\gamma_{\prime\prime}$, il faut pointer l'une des extrémités de cet arc avec le fil f_1 et l'autre extrémité avec le fil f_2; cette opération partielle conduit à l'équation $l_1 + d_1 = \gamma_{\prime\prime} - \gamma_{\prime} + 2k\cos\mathcal{L}_{\prime}$. En répétant ce travail, il faut prendre toujours le même fil pour $\gamma_{\prime}$; mais, en agissant sur $\gamma_{\prime\prime}$, on fera comme précédemment, en pointant toutefois l'une des extrémités avec le fil f_2 et l'autre avec le fil f_3; on aura ainsi

$$l_2 + d_2 = \gamma_{\prime\prime} - \gamma_{\prime} + 2k\cos\mathcal{L}_{\prime},$$

et ainsi de suite jusqu'à $\iota_6 + d_6 = \gamma_{\prime\prime} - \gamma_{\prime} + 2k\cos\mathcal{L}_{\prime}$. En réunissant en moyenne toutes ces expressions se rapportant à la même soirée, on obtiendra finalement

$$\frac{\Sigma l}{6} + \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6}{6} = \frac{\Sigma l}{6} + \frac{\mathrm{D}}{6} = \gamma_{\prime\prime} - \gamma_{\prime} + 2k\cos\mathcal{L}_{\prime},$$

et par suite

$$\frac{\Sigma l}{6} - \lambda_{\prime} + \frac{\mathrm{D}}{6} = 2k(\cos\mathcal{L}_{\prime} - \cos\mathcal{L}) = 2k,$$

$\cos\mathcal{L}_{\prime} - \cos\mathcal{L}$ étant, en vertu des dispositions prises, à peu près égal à 1. Il est facile maintenant de constater que $\left(\frac{\Sigma l}{6} - \lambda_{\prime}\right)$ ne peut être qu'une très faible quantité et de signe variable. En effet, l'artiste ayant placé les sept fils de manière à rendre leurs distances respectives égales à 40",9, $\frac{\mathrm{D}}{6}$ sera presque identique à cette valeur angulaire, et par conséquent

$$\sum \frac{l}{6} - \lambda_{\prime},$$

la seule quantité mesurée par la vis, n'atteindra qu'une très faible portion de seconde. L'influence de la vis se trouve donc dans cette étude complètement annulée, car, k étant légèrement variable, les faibles termes

$$\sum \frac{l}{6} - \lambda_{\prime},$$

affectés de signes différents, se détruisent dans la moyenne des valeurs obtenues dans les diverses soirées. La distance D, dans le cas considéré, étant égale à six fois $40'',89 = 16^s,36$, ne figure dans les équations de condition que pour une faible partie de sa valeur. Pour obtenir le degré de précision nécessaire, il suffira d'estimer les passages des étoiles à ces deux fils extrêmes pendant trente minutes par soirée et de répéter ce travail une cinquantaine de fois par année. Pour éviter l'influence d'une dilatation possible du chariot portant ce couple de fils, on réduira les mesures par petits groupes à l'aide de la valeur moyenne de D correspondant à des intervalles de temps pendant lesquels la température n'a pas subi de changements notables. En terminant cet exposé, nous devons encore faire remarquer qu'on pourra aussi agir d'une manière inverse, c'est-à-dire à la première période mesurer à l'aide des fils alternés et à la seconde époque avec le même fil. Connaissant toujours d'avance si l'aberration augmente ou diminue la différence $\gamma_{\prime\prime} - \gamma_{\prime}$, on trouvera par un raisonnement facile quel est celui des deux arcs $\gamma_{\prime}$ et $\gamma_{\prime\prime}$ devant être pointé successivement par la série des fils différents.

» Tout ce qui précède fournit la démonstration la plus évidente que, dans l'emploi de la méthode générale, aucune erreur systématique ne peut exister. On est donc ici véritablement en droit de se servir des lois des probabilités pour la recherche de l'exactitude du résultat obtenu. Nous allons nous livrer à cet examen.

» En appelant ε l'erreur d'une mesure basée sur dix pointés effectués sur chacune de deux belles étoiles voisines, l'erreur des quatre lectures $(l'' - l_{\prime\prime}) - (l' - l_{\prime})$ figurant dans les équations sera 2ε. Dans notre étude, le coefficient moyen de l'inconnue k étant au minimum 2, l'inexactitude résultant pour k aura alors au maximum la valeur primitive ε. Or nous avons déjà expliqué plusieurs fois que l'on pourra toujours, dans chaque soirée, consacrer au travail d'une heure à une heure et demie ; pendant ce laps de temps, il sera facile de réaliser cent pointés sur chaque astre. En opérant ainsi, l'erreur probable de la constante k, déduite uniquement de deux séries conjuguées, deviendra $\frac{\varepsilon}{\sqrt{10}}\cdot$ Mais si, en outre, on ne considère une détermination comme complète qu'à la condition de reposer sur la moyenne de dix déterminations, alors on aura l'erreur finale $= \frac{\varepsilon}{10}\cdot$ Ce résultat permet d'apprécier toute la haute précision dont est susceptible la nouvelle méthode.

» Nous allons encore traiter une question qui, au point de vue de l'exécution pratique, présente un intérêt sérieux; il faut se rendre compte des conditions à remplir dans l'installation du double miroir pour éviter toute cause d'inexactitude. Nous supposerons l'appareil établi de manière : 1° à pouvoir tourner autour de l'axe optique, ce qui est indispensable, et muni d'un cercle divisé; 2° que l'axe optique coïncide à peu près avec l'axe de figure, c'est-à-dire avec la ligne se trouvant comprise dans le plan de réflexion commun et passant par le milieu de l'angle du prisme. L'équatorial, dans cette recherche, ne constituant qu'une sorte d'oculaire, ou plutôt de microscope, la coïncidence de l'axe du compas avec l'axe optique ne présente qu'une importance secondaire. Si ces deux lignes ne se trouvent pas superposées, le seul inconvénient consistera dans une disposition non symétrique des images par rapport au centre du micromètre; mais, comme les comparaisons reposent toujours sur des lectures effectuées sur les mêmes repères, cette décentration ne peut exercer aucune influence appréciable. Après avoir examiné la situation relative du miroir par rapport à la lunette, il est nécessaire de faire l'analyse de la variation résultant des mouvements propres au double miroir.

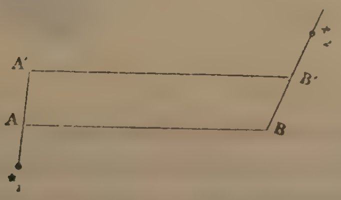
» Nous avons démontré dans le Mémoire ayant la réfraction pour objet que les effets produits par les trois rotations possibles du prisme sont les suivants : 1° en tournant autour de l'axe de figure, les deux images se déplacent dans des directions opposées, mais perpendiculairement sur la ligne d'intersection du plan de réflexion commun avec le plan du champ du réticule; 2° en donnant le second mouvement rotatoire autour d'un axe situé dans le même plan et perpendiculaire au premier, les deux images s'éloignent dans le même sens et perpendiculairement à cette trace; 3° en provoquant une rotation autour d'un troisième axe perpendiculaire au plan de réflexion, les deux images cheminent sur la trace en conservant leurs distances relatives. Ceci posé, nous allons aborder maintenant les questions les plus essentielles concernant l'orientation. En procédant aux études, il importe de connaître avant tout la direction de la trace dans le champ du plan de réflexion commun. Pour atteindre ce but, il faut effectuer la première rotation en amenant la coïncidence entre un fil du réticule et la ligne décrite par une des deux images et changer ensuite la situation du micromètre de 90°; la position du fil indiquera ensuite la direction cherchée. Mais il semble se présenter ici une difficulté; en effet, on ne connaît que d'une manière approchée l'orientation de l'axe de figure et l'on ignore par suite, si l'on tourne rigoureusement autour de cette ligne.

Pour faire disparaître cette incertitude, on dispose d'un procédé très simple; en exécutant le premier mouvement rotatoire, on n'aura qu'à examiner si les deux images décrivent des lignes parallèles; si ce parallélisme a lieu à 15′ d'arc près, alors aucune inexactitude appréciable ne peut résulter pour les mesures. Mais si, au contraire, cette condition n'est pas remplie, on saura que l'on ne tourne pas autour de l'axe de figure et l'on rectifiera l'installation. C'est par la considération des résultantes des divers mouvements rotatoires combinés qu'on arrive facilement à établir cette règle.

» Tout le principe de la méthode est basé sur ce théorème que la projection de la distance sur la trace reste invariable, quel que soit le mouvement rotatoire du prisme; dès lors, il semble au premier abord qu'au moment de la mesure la situation des images dans le champ pourrait être quelconque. Cette manière d'opérer serait en effet sans inconvénient, si l'on avait réussi à obtenir une orientation parfaite; mais si tel n'est pas le cas, on s'expose à commettre une inexactitude d'autant plus sensible que les images se trouvent plus éloignées de la trace. En résumé, les deux conditions essentielles à remplir pour éviter toute cause d'erreur appréciable sont les suivantes : 1° il faut installer l'appareil de telle sorte qu'en tournant autour de l'axe de figure les deux images se déplacent parallèlement à 10′ ou 15′ d'arc près, ce qui est suffisant; entre des limites si étendues l'installation n'offre plus aucune difficulté; 2° il faut effectuer les mesures très près de la trace du plan de réflexion; dans ce cas, un défaut d'orientation de 15′ à 20′ n'aura aucune conséquence.

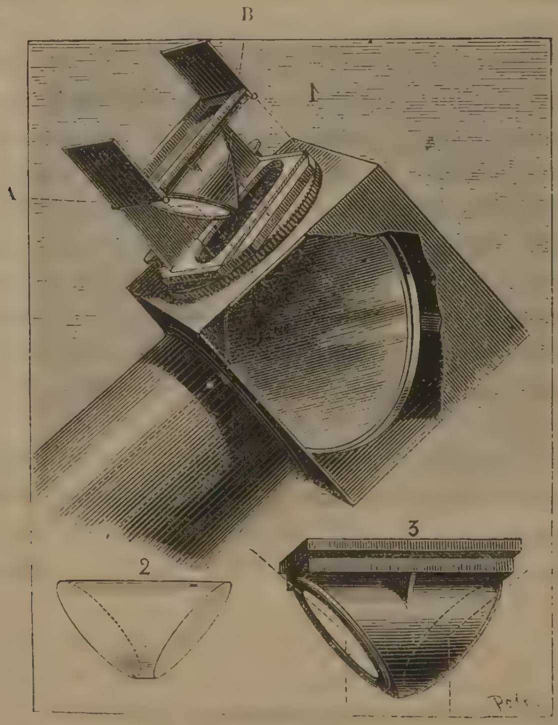
» Il nous reste encore à donner le moyen de constater si les deux images se trouvent réellement sur la trace. Le procédé développé plus haut permet de trouver la direction de cette ligne, mais non par sa position absolue dans le champ. A l'aide de la *fig. a*, on se rendra facilement compte comment, à chaque instant, on peut déterminer cette position. Soient AB la trace, A′B′ le fil du champ placé parallèlement à cette ligne

Fig. *a*.



à l'aide du mode d'orientation déjà exposé, $\star_{\prime}$ et $\star_{\prime\prime}$ la position des images à un moment considéré. Comme les astres, par suite du mouvement diurne, en s'éloignant de la trace, marchent dans des directions quelconques, il ne sera possible de couvrir simultanément les deux images avec le fil A'B' qu'à l'époque où elles se trouvent respectivement en A et B, et dans ce cas les deux directions A'B' et AB coïncideront nécessairement. Le critérium cherché est donc celui-ci : lorsqu'un fil placé parallèlement à la trace bissectera à la fois les deux disques stellaires, sa direction, dans le champ, indiquera la position absolue du plan de réflexion commun des deux étoiles.

» Dans les équatoriaux existants il se présente une difficulté plus apparente que réelle pour l'installation de l'appareil. En établissant le double



miroir dans le voisinage immédiat de l'objectif, la coupole empêchera d'apercevoir les deux images, mais la stabilité du prisme sur la lunette n'étant que d'une importance absolument secondaire, on peut facilement obvier à cet inconvénient; il suffit d'adapter à l'instrument un tube cylindrique assez long pour permettre au prisme de dépasser l'ouverture des trappes.

Cette disposition ne peut causer aucun préjudice au travail, car, par les moyens si faciles que nous venons d'exposer, on peut vérifier à chaque instant si l'on mesure sur la trace du plan de réflexion commun. L'instrument intervient si peu dans cette recherche, qu'on pourrait, après avoir exécuté la première mesure, transporter le double miroir sur une autre lunette en y effectuant l'observation conjuguée; le résultat déduit possédera, malgré l'intervention des deux instruments, le même degré d'exactitude. Les dessins ci-dessus font connaître le mode de construction de l'appareil destiné à l'observatoire de Paris.

» La *fig.* 2 représente le double miroir taillé sur le même bloc de verre; la *fig.* 3 montre le prisme fixé dans sa monture. Nous devons faire remarquer que le plateau est perforé de manière à permettre à l'air ambiant de circuler librement autour du double miroir au moment des mesures. La *fig.* 1 fournit l'aspect de l'appareil établi sur la monture de l'équatorial coudé; A et B sont les couvercles que l'on baisse pour fermer les cubes lorsque l'observation est terminée. »

HYDRAULIQUE. — *Sur la théorie de l'écoulement par un déversoir en mince paroi, quand il n'y a pas de contraction latérale et que la nappe déversante est libre en dessous;* par M. J. **Boussinesq**.

« I. De tous les problèmes usuels de l'Hydraulique, le plus rebelle à la théorie, jusqu'à présent, a été celui de l'écoulement par les déversoirs, surtout par les déversoirs en mince paroi, malgré la possibilité d'y supposer établie la permanence du régime, d'y négliger les frottements comme dans les autres phénomènes de contraction rapide des veines et, par suite, d'y appliquer à chaque filet fluide l'équation de Daniel Bernoulli, qui y donne

$$(1) \qquad \frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = h,$$

ρ désignant la densité ou ρg le poids spécifique du liquide, z l'*altitude* de chaque point au-dessus du niveau du seuil, V la vitesse qu'on y observe, p l'excédent de la pression qui s'y exerce sur celle de l'atmosphère, enfin h l'altitude z, constante et donnée, de la surface libre à quelque distance en amont du déversoir, dans les régions d'où partent, avec une vitesse qu'on suppose négligeable, tous les filets fluides.

» Cependant Belanger, en considérant le cas particulièrement simple d'un seuil épais et évasé à son entrée, au-dessus duquel les filets fluides, tous rectilignes et horizontaux sur une petite longueur, donneraient lieu à une distribution hydrostatique des pressions, a reconnu, par comparaison avec l'expérience, que la hauteur η de la lame d'eau paraissait s'y régler de manière à rendre maximum le débit q (par unité de longueur du déversoir), tel qu'il se déduit alors de la formule (1); car, p s'y réduisant à $\rho g(\eta - z)$, la formule (1) y donne d'abord

$$V = \sqrt{2g(h-\eta)}, \qquad \text{puis} \qquad q = \int_0^{\eta} V\,dz = \eta\sqrt{2g(h-\eta)},$$

expression nulle aux deux limites $\eta = 0$, $\eta = h$, et maximum pour $\eta = \frac{2}{3}h$, cas où elle atteint la valeur $\frac{2}{3\sqrt{3}}h\sqrt{2gh} = (0{,}385)h\sqrt{2gh}$ à peu près conforme aux résultats de l'observation. Et l'on sent, en effet, que le régime d'un cours d'eau, dans un lit déterminé, ne doit devenir stable que lorsque la masse fluide y coule partout le plus bas possible, c'est-à-dire, en particulier, quand, à l'amont d'un déversoir, le niveau garde la hauteur strictement suffisante pour que les vitesses V, régies par la formule (1), fournissent le débit obligé du cours d'eau. L'altitude d'amont, h, est donc minimum, pour une valeur donnée de q; ce qui revient évidemment à prendre q maximum si c'est, au contraire, la hauteur h de charge que l'on donne.

» II. Le principe de débit maximum, dont Belanger a eu l'idée, étant ainsi regardé comme acquis, je me propose, dans cette Note, d'en faire l'application aux déversoirs en mince paroi et à nappe *libre* (c'est-à-dire en contact avec l'air atmosphérique inférieurement comme supérieurement), pour le cas, très usuel, où il n'y a pas de contraction latérale, le déversoir s'étendant, par exemple, à toute la largeur du réservoir ou lit d'amont, et les molécules fluides se mouvant de la même manière dans tous les plans verticaux perpendiculaires à l'arête du seuil. Alors il y a, un peu en aval de celui-ci, une section contractée, sensiblement verticale, où tous les filets fluides peuvent être supposés parallèles, mais non plus rectilignes comme au-dessus d'un seuil horizontal épais; car la pression p, nulle sur la face inférieure de la nappe de déversement, ne varie plus d'après la loi hydrostatique entre cette face et la face supérieure.

» L'hypothèse la plus simple qu'on puisse faire sur les formes respectives des filets, près de la section contractée, est, vu la courbure plus forte des filets inférieurs, qu'ils y admettent tous un centre commun de courbure et, par suite, un rayon R exprimé par $R_0 + z - \varepsilon$, si R_0 y désigne le rayon de courbure du filet le plus bas et ε l'altitude z de ce filet au-dessus du seuil, c'est-à-dire le relèvement maximum total éprouvé, à partir du seuil, par la face inférieure du jet liquide, formée de particules qui ont glissé contre la surface d'amont du déversoir et qui, par conséquent, à l'instant où elles quittent le seuil, possèdent une vitesse ascendante, verticale même dans le cas d'un déversoir vertical. Ce relèvement ε est évidemment fonction de l'inclinaison du déversoir, et je supposerai son rapport à la hauteur h de charge fourni directement, comme donnée pouvant suppléer à la connaissance de l'inclinaison dont il s'agit.

» Cela admis, le long d'un chemin $\int dz$ normal aux filets fluides dans la section contractée, l'accélération des molécules aura, pour projection w' sur ce chemin, sa composante centrifuge $-\frac{V^2}{R}$ ou $-\frac{V^2}{R_0+z-\varepsilon}$, et l'équation connue $\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} = -g - w'$ y sera

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} = -g + \frac{V^2}{R_0+z-\varepsilon}. \tag{2}$$

Substituons-y la valeur de $\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}$ que donne la différentiation de (1), et qui est $-g - V\frac{dV}{dz}$. Il viendra, en multipliant par $R_0 + z - \varepsilon$, divisant par V et transposant, $\frac{d}{dz}[V(R_0 + z - \varepsilon)] = 0$ ou, par une intégration immédiate dans le plan de la section contractée,

$$V(R_0 + z - \varepsilon) = \text{const.}, \tag{3}$$

relation qui, jointe à (1), tiendra évidemment lieu de la précédente (2). Donc, aux points où ils traversent la section contractée, les filets fluides possèdent (comme dans les tourbillons à axe vertical) des vitesses V inverses de la distance $R_0 + z - \varepsilon$ à leur centre de courbure. Or, pour $z = \varepsilon$, c'est-à-dire à la surface libre inférieure, la pression p s'annule, et l'équation (1) donne $V = \sqrt{2g(h-\varepsilon)}$, valeur qui, portée, avec celle, ε, de z, dans la formule (3), y détermine la constante. Il vient ainsi, au lieu de (3), en divisant par $R_0 + z - \varepsilon$,

$$V = \sqrt{2g(h-\varepsilon)}\,\frac{R_0}{R_0+z-\varepsilon}. \tag{4}$$

Et, comme d'ailleurs cette valeur de V doit, à la surface supérieure où

$p = 0$, se réduire, d'après (1), à $\sqrt{2g(h-z)}$, il en résulte une relation entre l'épaisseur $\eta = z - \varepsilon$ de la nappe déversante et le rayon R_0 de courbure du filet inférieur. Si l'on prend, en effet, $z = \varepsilon + \eta$ dans (4) et, par suite, $V = \sqrt{2g(h-\varepsilon-\eta)}$, on obtient la proportion

$$(5)\qquad \frac{\sqrt{h-\varepsilon-\eta}}{\sqrt{h-\varepsilon}} = \frac{R_0}{R_0+\eta}; \qquad \text{d'où} \qquad R_0 = \frac{\eta\sqrt{h-\varepsilon-\eta}}{\sqrt{h-\varepsilon}-\sqrt{h-\varepsilon-\eta}}.$$

» Appelons, pour abréger, $1 - k^2$ le rapport de la hauteur η de la section contractée à la hauteur, $h - \varepsilon$, du niveau d'amont au-dessus du bord inférieur de cette section, ou posons

$$(6)\qquad k = \sqrt{1 - \frac{\eta}{h-\varepsilon}}, \qquad \eta = (1-k^2)(h-\varepsilon)$$

et, par conséquent, vu (5),

$$(7)\qquad R_0 = \frac{k(1-k^2)}{1-k}(h-\varepsilon) = (k+k^2)(h-\varepsilon).$$

Le relèvement ε du bas de la nappe étant censé donné (avec la hauteur h de charge), l'expression (7) de R_0, celle (4) de V et, enfin, l'expression de p résultant de l'équation (1) ne dépendront plus que de l'épaisseur encore inconnue, η, de la nappe sur la section contractée, c'est-à-dire, en définitive, du nombre k; et cette valeur de p s'annulera bien aux deux limites $z = \varepsilon$, $z = \varepsilon + \eta$, d'après la manière même dont on a déduit de (1), à ces limites, les valeurs simples $\sqrt{2g(h-z)}$ de V, impliquées par les formules (4) et (5) ou (7).

» Il est bon d'observer aussi que la relation (2), où V décroît lorsque z grandit, fournit une dérivée $\frac{dp}{dz}$ elle-même décroissante quand z croît, et que, p s'annulant aux deux limites $z = \varepsilon$, $z = \varepsilon + \eta$, sa dérivée s'annule dans l'intervalle, de manière à être d'abord positive, puis négative, ou à rendre la pression p positive dans tout l'intérieur de la section contractée. Le maximum de p se produit de la sorte, d'après (2), pour

$$V^2 = g(R_0 + z - \varepsilon),$$

c'est-à-dire, vu (4), pour

$$z - \varepsilon = -R_0 + \left[2R_0^2(h-\varepsilon)\right]^{\frac{1}{3}};$$

et il vaut, en vertu de (1), $\rho g(h - \varepsilon + R_0) - \frac{3}{2}\rho g\left[2R_0^2(h-\varepsilon)\right]^{\frac{1}{3}}$. Si nous introduisons, dans ces résultats, l'expression (7) de R_0, nous aurons, pour calculer cette valeur de $z - \varepsilon$ et la pression maxima p correspondante, les deux formules

$$(8)\quad \left\{ \begin{aligned} z - \varepsilon &= 2\left[\left(\frac{k+k^2}{2}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{k+k^2}{2}\right)\right](h-\varepsilon), \\ p &= \left[1 - 3\left(\frac{k+k^2}{2}\right)^{\frac{2}{3}} + 2\left(\frac{k+k^2}{2}\right)\right]\rho g(h-\varepsilon). \end{aligned} \right.$$

» III. Il ne reste plus qu'à déterminer l'inconnue k de manière à rendre maximum le débit $q = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon+\eta} V\,dz$.

» A cet effet, la valeur (4) de V, multipliée par dz et intégrée de $z = \varepsilon$ à $z = \varepsilon + \eta$, donne, en substituant finalement à η et à R_0 leurs valeurs (6) et (7),

$$(9)\qquad q = \sqrt{2g(h-\varepsilon)}\,R_0 \log\frac{R_0+\eta}{R_0} = \sqrt{2g}\,(h-\varepsilon)^{\frac{3}{2}}(k+k^2)\log\frac{1}{k}.$$

» Le débit q par unité de longueur du déversoir se trouve donc, quand on fait varier k, proportionnel à la fonction $(k+k^2)\log\frac{1}{k}$, essentiellement positive entre les deux limites $k=0$, $k=1$, mais nulle à ces deux limites et, par conséquent, maximum pour une certaine valeur intermédiaire de k. La dérivée de cette fonction est, après suppression du facteur positif $1+2k$,

$$(10)\qquad \log\frac{1}{k} - \frac{1+k}{1+2k},$$

quantité ayant, pour k positif, sa propre dérivée, $-\frac{1+3k+4k^2}{k(1+2k)^2}$, essentiellement négative; en sorte qu'elle ne s'annule qu'une fois ou donne bien à la fonction un maximum unique, parfaitement déterminé. Or la valeur de k pour laquelle on a ainsi $\log\frac{1}{k} = \frac{1+k}{1+2k}$ est 0,46854, ...; et il en résulte pour η, R_0, q, d'après (6), (7) et (9), les valeurs

$$(11)\quad \left\{ \begin{aligned} \eta &= (0,7805)(h-\varepsilon), \\ R_0 &= (0,6881)(h-\varepsilon), \\ q &= (0,5216)\sqrt{2g}\,(h-\varepsilon)^{\frac{3}{2}}. \end{aligned} \right.$$

» Quant à la pression maximum dans la section contractée et à la hauteur $z-\varepsilon$ où cette pression se produit, elles sont, d'après les formules (8),

$$(12) \qquad p=(0{,}2151)\rho g(h-\varepsilon), \qquad z-\varepsilon=(0{,}2939)(h-\varepsilon).$$

» IV. Celle des formules précédentes qui importe le plus dans la pratique est l'expression (11) du débit q, à laquelle on peut donner la forme $q=mh\sqrt{2gh}$, employée depuis du Buat par les hydrauliciens, en attribuant au *coefficient de dépense* m la valeur

$$(13) \qquad m=(0{,}5216)\left(1-\frac{\varepsilon}{h}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

» Mais il reste à demander à l'observation, pour chaque inclinaison, sur la verticale, de la face d'amont du déversoir, le rapport, à la hauteur de charge h, du relèvement total ε que la surface inférieure de la nappe liquide éprouve en quittant le seuil du déversoir. Pour obtenir cette donnée, j'ai communiqué les résultats théoriques précédents, en juin 1886, à M. Bazin, qui commençait alors, sur le canal de Bourgogne, d'importantes séries d'expériences relatives aux déversoirs; et le savant hydraulicien de Dijon, occupé justement à une étude à la fois précise, approfondie et très en grand, de déversoirs verticaux en mince paroi, sans contraction latérale, qui doivent lui servir d'étalon pour jauger les autres genres de déversoirs, a bien voulu pratiquer, à côté de son barrage, une chambre avec paroi en verre permettant de voir le dessous de la nappe. Or, en traçant, sur cette paroi latérale transparente, des traits les uns horizontaux, les autres verticaux, il a pu non seulement constater le fait du relèvement de la face inférieure de la nappe, qui avait, paraît-il, échappé jusqu'ici aux hydrauliciens, mais encore en mesurer très approximativement la valeur ε. Il a ainsi trouvé que le rapport $\frac{\varepsilon}{h}$ était à fort peu près 0,13, dans le cas d'un déversoir ayant sa face d'amont verticale. La valeur théorique (13) de m sera donc alors $(0{,}5216)(0{,}87)^{\frac{3}{2}}$, ou 0,423; et c'est bien, en effet, à quelques millièmes près, le coefficient de débit que de nombreuses observations, dans les conditions les plus diverses, ont donné pour ces déversoirs. »

MÉCANIQUE. — *Sur les mouvements d'oscillation simultanés de deux pendules suspendus bout à bout.* Note de M. **de Jonquières.**

« Les équations différentielles du problème ont été établies par M. Resal dans une *Note* insérée au *Journal de l'École Polytechnique*. Malheureusement, elles ne sont pas intégrables, et la suppression de certains termes, faite dans le but d'en faciliter l'intégration, efface des formules une partie des affections de ce phénomène si compliqué. Il m'a semblé intéressant d'étudier directement et d'analyser les mouvements de deux pendules, en faisant varier dans des limites étendues leurs éléments respectifs (masse et longueur), dans l'espoir que ces expériences jetteraient un jour nouveau sur les lois dont il s'agit et même en fourniraient une expression algébrique, très approchée de la vérité. La question a, d'ailleurs, une portée plus étendue que ne semble l'indiquer l'énoncé sous lequel je la présente et, sans doute, les conclusions s'étendent à deux mouvements pendulaires quelconques, subordonnés.

» Cette étude m'a fait reconnaître qu'il se présente toujours, dans un tel mouvement, trois circonstances caractéristiques, on pourrait dire trois *composantes,* qui, tout en se superposant dans le cas le plus général, y demeurent distinctes et en donnent la clef.

» Je désignerai, dans ce qui va suivre, par

m, m', ... les masses des deux pendules;
l, l', ... leurs longueurs;
n, n', ... leurs nombres d'oscillations par minute, respectivement,

et je poserai $\mu = \frac{m'}{m}$, $\lambda = \frac{l'}{l}$, m et l se rapportant au pendule inférieur.

» Enfin, pour plus de simplicité dans l'exposition, je supposerai d'abord que les pendules oscillent dans un seul et même plan vertical, sans en sortir. Cela posé :

» I. Si on les écarte ensemble d'un même côté de la verticale, par exemple par une traction exercée sur le pendule inférieur, on constate les faits suivants :

» 1° L'ensemble du système prend un mouvement pendulaire régulier, dont la période est, à très peu près, celle du *centre d'oscillation* du système. Par conséquent, si l'on appelle N le nombre de ses oscillations en une minute de temps, on a, conformément à la théorie,

$$\text{(A)} \qquad N = n\sqrt{\frac{(\mu+1)(\mu\lambda+\lambda+1)}{\mu+(\mu\lambda+\lambda+1)^2}},$$

et cette formule est conforme à l'observation, dans la mesure de précision que comportaient mes expériences.

» 2° Au bout de chaque oscillation, dans chaque sens, le pendule inférieur, après avoir repassé dans la verticale en même temps que l'autre, diverge plus ou moins de l'alignement donné par la tige de celui-ci.

» La grandeur moyenne de cette divergence varie dans le même sens que la valeur numérique du rapport $\frac{\mu}{\lambda}$. Donc, pour une même valeur de λ, l'écart est d'autant moindre que la masse inférieure est plus prépondérante, et inversement; et, pour une même valeur de μ, l'écart est d'autant plus grand que la longueur du pendule inférieur l'est elle-même. Ainsi, quand cette longueur est très grande, le pendule inférieur s'éloigne à peine de la verticale, s'il y était à l'origine du mouvement; si, au contraire, elle est très petite, la tige du pendule inférieur se tient constamment, à très peu près, dans le prolongement de celle du pendule supérieur, si elle y était au départ (¹), et semble y être soudée, comme on le savait déjà et qu'on l'a même démontré.

» Enfin, pour une même valeur quelconque de $\frac{\mu}{\lambda}$, l'arc de divergence n'a pas une grandeur constante; il éprouve une variation périodique dont il sera question plus loin (III).

» II. En second lieu, supposons qu'au départ les deux pendules soient inversement écartés de leur position d'équilibre, par exemple, l'un à droite, l'autre à gauche de la verticale. On observe que :

» 1° Le mouvement défini dans le premier cas (I) persiste dans les conditions de la formule (A), sauf dans une circonstance exceptionnelle dont il sera question ci-après (2°). Mais, en même temps, il s'y superpose un second mouvement (B), non moins régulier et plus apparent, que, pour abréger, j'appellerai *mouvement à-contre*, en vertu duquel chacun des

---

(¹) La tige du pendule supérieur marque, dans ce cas, la direction de la verticale *apparente* autour de laquelle l'autre, très court, oscille. Si, en même temps, sa masse est la plus faible et que le mouvement s'effectue dans l'air, son mouvement propre est promptement anéanti, et il se maintient alors dans le prolongement de la tige supérieure, en suivant le mouvement oscillatoire de celle-ci.

pendules fait sa demi-oscillation dans un sens, pendant que son compagnon fait la sienne dans le sens opposé ; chaque fois, il y a donc un instant, très fugitif, où ils passent, en se croisant, dans le prolongement l'un de l'autre.

» 2° Au départ, les angles d'écart ($+\alpha$, $-\alpha'$) des deux pendules peuvent avoir entre eux un rapport tel que le mouvement (A) disparaisse, pour faire place, conjointement avec le mouvement à-contre (B), à un simple mouvement rectiligne alternatif du centre d'oscillation, qu'on voit alors s'abaisser et s'élever le long de la verticale, suivant un rythme régulier. Cette circonstance est d'ailleurs assez difficile à réaliser pratiquement.

» 3° Le mouvement à-contre (B) est toujours, et même notablement, plus rapide que le mouvement (A). Soit N' le nombre des oscillations par minute qui se rapporte à ce mouvement ; on a

$$N' = n\left(1 + \frac{D}{\lambda^{\alpha}\mu^{\beta}}\right),$$

où plus simplement à cause que β est une constante,

$$N' = n\left(1 + \frac{C}{\lambda^{\alpha}}\right), \tag{B}$$

C et l'exposant α étant des quantités positives, qui varient avec μ (α varie même un peu avec λ) selon les lois suivantes :

» $C = \frac{0,82}{\mu^{0,64}}$, du moins à partir de $\mu = 0,5$ et au-dessus, tandis que α varie à peu près comme l'ordonnée d'une sorte de *logarithmique*, dont μ serait l'abscisse. On en trouvera les valeurs, correspondantes à plusieurs valeurs de μ, dans la Table ci-après.

» En résumé, pour chaque valeur de μ, la quantité *additive* $\frac{C}{\lambda^{\alpha}}$ représente, à très peu près, l'ordonnée d'une hyperbole, de degré $\alpha + 1$, rapportée à ses asymptotes, dont λ serait l'abscisse.

» Pour fixer les idées, soit, par exemple, $\mu = 1$ et $n = 60$. En ce cas, la valeur de α est 0,45. Les formules (A) et (B) donnent :

Pour $\lambda = 1$ .... $N = 46,5$ et $N' = 109$
Pour $\lambda = 2$ .... $N = 37,2$ et $N' = 96$

résultats confirmés par l'expérience directe, etc.

» III. Dans tous les cas de (A) ou de (B), les amplitudes d'oscillation des deux pendules sont alternativement croissantes et décroissantes, suivant une loi périodique très régulière. Pour plus de clarté, supposons qu'au départ le pendule inférieur soit maintenu dans la verticale du point de suspension et que l'autre en soit seul écarté. Dès que la liberté est rendue au système, le pendule inférieur prend des oscillations dont les amplitudes vont en croissant jusqu'à un maximum, tandis que, par l'échange qui se fait entre les forces vives, celles du pendule supérieur vont en décroissant jusqu'à un minimum correspondant. Cette première phase (qui marque aussi celle des exhaussements successifs du centre de gravité du système) est suivie d'une deuxième phase où les mêmes circonstances se présentent dans un ordre inverse. Au bout de la période complète, tout se retrouve dans l'état initial. A cette première période en succède une seconde, identique (à l'effet près des résistances passives), et ainsi de suite indéfiniment. Ces effets, fort curieux, sont surtout très apparents si $\mu \geqq 10$. Par exemple, si $\mu = 200$, avec $\lambda = 1$, la période se compose de 28 oscillations environ du rythme (B). En général, pour cette même valeur 1 de λ, le nombre N'' s'exprime assez exactement par la formule $N'' = 2\sqrt{\mu}$. Le phénomène est moins apparent si μ est compris entre 10 et 1. Enfin, si $\mu < 1$, la période, devenant inférieure à la durée d'une seule oscillation complète de m, cesse d'être visible.

» IV. Dans le cas du mouvement le plus général, où les pendules n'oscillent pas dans un même plan, les mêmes phénomènes (I), (II) et (III) subsistent et se superposent d'une façon analogue à ce qui a lieu dans le cas du 1° du § II. Les mouvements coniques, que les pendules prennent alors, compliquent un peu les *apparences;* mais, pas plus que dans le cas d'un seul pendule, ils n'en troublent l'économie et n'en dénaturent le caractère; les trois mouvements *composants* que je viens de décrire, en donnant la mesure de leurs affections, y sont toujours plus ou moins nettement accusés.

Table donnant, en fonction de μ, *les valeurs des quantités* C *et* α *qui entrent dans la formule* (B) *ci-dessus.*

μ.	C.	α.	μ.	C.	α.
0,2....	2,30	$0,12 + 0,1\ (\lambda - 1)$	2,5....	0,46	$0,73 - 0,12\ (\lambda - 1)$
0,5....	1,32	$0,28 + 0,07\ (\lambda - 1)$	5......	0,30	$1,13 - 0,15\ (\lambda - 1)$
1......	0,82	$0,45$	10......	0,20	$1,50 - 0,20\ (\lambda - 1)$
2......	0,50	$0,64 - 0,07\ (\lambda - 1)$	50......	0,075	$3,34 - 0,65\ (\lambda - 1)$

» *Nota.* — Il est clair que, pour chaque valeur de $\mu > 1$, le terme en $\lambda - 1$, diminutif de α, ne peut et ne doit jamais excéder α. Ses valeurs, inscrites dans la Table, ont été calculées par la comparaison des valeurs de $\frac{C}{\lambda\alpha}$ relatives à $\lambda = 0,7$ et $\lambda = 3$. Au reste, dès que $\lambda > 3$, la branche asymptotique de chacune des hyperboles se rapproche si lentement de l'axe des λ, qu'on y peut substituer une ligne droite, presque parallèle, sans erreur sensible, ou plutôt conserver alors à α, quel que soit $\lambda > 3$, la valeur qu'il a pour $\lambda = 3$. »

CHIMIE. — *Note sur l'altération qu'éprouve le charbon de cornue lorsqu'il sert d'électrode positive dans la décomposition des acides;* par MM. **H. Debray** et **Péchard.**

« Lorsqu'on se sert d'électrodes en charbon de cornue (¹) pour décomposer par un courant les solutions acides, on remarque que l'électrode positive se désagrège avec plus ou moins de rapidité, en donnant une poudre noire très divisée. Ce fait est bien connu des physiciens et des chimistes, mais on n'en a pas donné jusqu'ici l'explication. MM. Bartoli et Papasogli (²) et d'autres savants, qui ont rappelé dans ces dernières années l'attention sur ce fait, se sont surtout préoccupés des modifications éprouvées par les liquides conducteurs qui baignent les électrodes. Nous avons pensé que la désagrégation du charbon n'était pas due à un phénomène mécanique, mais qu'elle résultait d'une altération plus ou moins profonde de la matière, et que le produit pulvérulent donné par le charbon devait se rapprocher, par sa composition, des résidus d'alliages que l'un de nous a fait connaître récemment (³).

» Nous avons trouvé, en effet, que le charbon pulvérulent contient de l'oxygène, de l'eau et même de l'azote dans le cas où l'on électrolyse de l'acide nitrique.

» Ces diverses matières se sont donc unies au charbon sous l'influence du courant électrique, ce qui confirme le rôle de l'électricité dans la formation des résidus métalliques.

» Dans les liquides que nous avons employés, la désagrégation du charbon ne se produit nettement qu'avec le courant donné par quatre élé-

---

(¹) Le charbon de cornue avait été purifié par l'action d'un courant de chlore à haute température.

(²) Bartoli et Papasogli, *Nuovo Cimento*, (3), X, 273, 1882, et *Beiblätter*, VI, 392.

(³) *Comptes rendus*, nos 23 et 24; 1887.

ments Bunsen. Le volume du gaz dégagé à l'électrode positive est bien loin d'être la moitié du volume d'hydrogène dégagé à l'électrode négative, comme on l'avait déjà remarqué (¹). Dans une de nos expériences, le premier volume a été le vingtième du second.

» Avec l'acide chlorhydrique, le gaz dégagé à l'électrode positive était un mélange de chlore, d'acide carbonique et d'oxygène. Avec l'acide sulfurique, il se dégage seulement de l'oxygène et de l'acide carbonique. Enfin, avec l'acide nitrique, il se produit un abondant dégagement de vapeurs nitreuses contenant de l'acide carbonique. Dans cette dernière expérience, si l'acide est concentré, le charbon se désagrège à vue d'œil. Une baguette de 4^{cq} de section est rongée en quelques heures, et l'usure a lieu sur la face tournée vers l'électrode négative.

» Quel que soit l'acide électrolysé, la poudre noire, bien lavée et séchée dans le vide, déflagre quand on la chauffe dans un tube de verre au-dessous du rouge. Il se dégage dans cette circonstance de l'acide carbonique, de l'oxyde de carbone et, en outre, de l'azote, si le liquide décomposé est de l'acide azotique.

» Le charbon qui a déflagré dégage encore, sans changer d'aspect, de l'oxyde de carbone et de l'acide carbonique, lorsqu'on le chauffe au rouge vif.

» Aussi l'analyse totale des produits dégagés par le charbon a-t-elle été faite en deux fois :

» 1° On fait déflagrer la matière dans un tube de verre où l'on a fait le vide au moyen de la trompe de Sprengel; on recueille les gaz et l'on en calcule le poids. L'eau est absorbée par un tube à chlorure de calcium fixé à la trompe et interposé entre celle-ci et le tube à réaction; son poids est déterminé par différence entre le poids primitif de la substance et le poids des gaz recueillis.

» 2° La matière déflagrée est ensuite chauffée au rouge vif dans un tube de porcelaine relié à la trompe, et l'on recueille les gaz.

» Voici les résultats de quelques analyses effectuées sur 1^{gr} de matière :

(¹) *Wiedemann*, t. II, p. 564.

A. — 1° *Gaz dégagés, lors de la déflagration dans le verre des matières résultant de l'électrolyse de l'acide chlorhydrique.*

Acide au $\frac{1}{10}$.			Acide au $\frac{1}{4}$.			Acide concentré.		
Volume.		Poids.	Volume.		Poids.	Volume.		Poids.
cc		gr	cc		gr	cc		gr
17,8	CO^2...	0,033	23,4	CO^2...	0,045	27	CO^2...	0,05
8,7	CO....	0,01	14,4	CO....	0,017	18	CO....	0,022
26,5		0,043	37,8		0,062	45		0,072
Poids d'oxygène uni au charbon.		0,030			0,040			0,048
Poids d'eau unie au charbon....		0,064			0,035			0,036

2° *Gaz dégagés, lors de la déflagration dans le verre, d'une matière formée dans l'électrolyse de l'acide sulfurique étendu de son volume d'eau.*

Volume.		Poids.
cc		gr
33,7	CO^2...............	0,051
11,3	CO................	0,01
45,0		0,061
Poids d'oxygène uni au charbon..		0,044
Poids d'eau unie au charbon.....		0,084

3° *Gaz dégagés, lors de la déflagration dans le verre, d'une matière formée par l'électrolyse de l'acide nitrique.*

Acide ordinaire.			Acide fumant.		
Volume.		Poids.	Volume.		Poids.
cc		gr	cc		gr
14,4	Az.......	0,013	3,6	Az.......	0,003
21,0	CO^2......	0,03	3,6	CO^2......	0,007
12,0	CO.......	0,012	4,8	CO.......	0,003
47,4		0,055	12,0		0,013
Poids d'oxygène uni...		0,029			0,008
Poids d'eau...........		0,048			0,040

B. — *Gaz dégagés par la matière déflagrée, chauffée au rouge.*

1° *Acide chlorhydrique.*

Acide au $\frac{1}{10}$.			Acide au $\frac{1}{4}$.		
Volume.		Poids.	Volume.		Poids.
cc		gr	cc		gr
24	CO^2........	0,036	43	CO^2.......	0,066
49	CO.........	0,047	32	CO........	0,041
73		0,083	75		0,107
Poids d'oxygène uni...		0,053			0,061

2° *Acide sulfurique étendu de son volume d'eau.*

Volume.		Poids.
cc		gr
35	CO^2	0,053
63	CO	0,060
98		0,113
Poids d'oxygène uni		0,072

3° *Acide nitrique.*

Acide ordinaire.			Acide fumant.		
Volume.		Poids.	Volume.		Poids.
cc		gr	cc		gr
23	CO^2	0,041	22,6	CO^2	0,034
14	CO	0,015	17,0	CO	0,016
4	Az	0,004	11,4	Az	0,011
41		0,06	51,0		0,061
Poids d'oxygène uni		0,036			0,033

» On voit, d'après ces résultats, que la quantité totale d'oxygène fixé par le charbon qui sert d'électrode dans la décomposition des acides peut atteindre 9 et 10 pour 100, et que la quantité d'eau fixée par ce charbon peut atteindre 8 pour 100, de sorte que la somme des matières fixées par le charbon peut aller jusqu'à 18 pour 100 (cas de l'acide sulfurique).

» L'acide chlorhydrique soumis à l'électrolyse, séparé du charbon et évaporé dans le vide, ne donne qu'un résidu inappréciable de sels minéraux dû à la purification incomplète du charbon ou à l'attaque des vases. Il ne s'est formé dans ce cas aucune matière organique soluble. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur quelques phosphates doubles de thorium et de sodium ou de zirconium et de sodium.* Note de MM. **L. Troost** et **L. Ouvrard.**

« Après avoir examiné l'action du métaphosphate, du pyrophosphate et de l'orthophosphate de potasse sur la thorine, la zircone et leurs sels (¹), nous avons fait agir dans des conditions analogues le métaphosphate, le pyrophosphate et l'orthophosphate de soude.

» Action du métaphosphate de soude. — 1° *Sur la thorine.* — Le méta-

---

(¹) *Comptes rendus*, t. CII, p. 1422.

phosphate de soude en fusion dissout facilement au rouge la thorine ou le phosphate de thorine amorphe, ou le chlorure de thorium anhydre. Si l'on s'arrête avant d'avoir saturé le métaphosphate, la masse refroidie se dissout complètement dans l'eau. Mais, si l'on a ajouté la thorine ou le phosphate jusqu'à ce qu'il ne s'en dissolve plus, on obtient, après refroidissement très lent et lavage, des prismes allongés agissant énergiquement sur la lumière polarisée. Ces cristaux appartiennent au système triclinique. L'angle d'extinction est de 44° environ. L'angle des axes par rapport à l'allongement est 45°. La face d'aplatissement est parallèle au plan des axes optiques. Ces cristaux sont insolubles dans l'acide azotique, dans l'acide chlorhydrique et dans l'eau régale.

» Leur densité, déterminée à la température de 16°, est 5,62.

» L'analyse a donné les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Acide phosphorique........	27,12	27,22
Thorine....................	68,84	68,75
Soude (par différence)......	4,04	4,03

» Cette composition correspond à un phosphate double de thorium et de sodium (¹) : $NaO, 8ThO, 3PhO^5$ ($Th = 58,1$) ou $NaO, 4Th'O^2, 3PhO^5$, ayant même formule que le composé correspondant donné par le métaphosphate de potasse.

» 2° *Sur la zircone.* — Le métaphosphate de soude en fusion dissout la zircone et le phosphate de zircone amorphe ou le chlorure de zirconium anhydre, mais moins rapidement et en moins grande quantité que la thorine ou le phosphate de thorine. La masse refroidie, et traitée par l'eau, laisse comme résidu une poudre cristalline très faiblement biréfringente. Ce sont des cristaux à un axe, petits rhomboèdres à extinction suivant les diagonales. Ils sont insolubles dans les acides et dans l'eau régale. Leur densité, déterminée à 12°, est égale à 3,10.

» L'analyse a fourni les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Acide phosphorique............	43,55	43,66
Zircone......................	50,20	50,02
Soude (par différence)..........	6,25	6,32

(¹) Ce sel a déjà été obtenu par M. Wallroth dans l'action du sel de phosphore sur la thorine.

» Cette composition correspond à un phosphate double de zirconium et de sodium ayant la formule $NaO, 4ZrO^2, 3PhO^5$ semblable à celle donnée par le métaphosphate de potasse [1].

» Action du pyrophosphate de soude. — 1° *Sur la thorine.* — Nous avons fait dissoudre jusqu'à refus, dans du pyrophosphate de soude en fusion, de la thorine ou du phosphate de thorine amorphe, ou du chlorure de thorium anhydre. La matière, maintenue quelque temps en fusion, a été soumise à un refroidissement très lent. En épuisant ensuite par l'eau, on dissout du pyrophosphate de soude, du phosphate double de thorium et de sodium soluble dans l'eau, et il reste une poudre cristalline insoluble qui, examinée au microscope, se présente sous forme de feuilles de fougère ou de rosaces hexagonales très minces et très fragiles.

» Nous avons obtenu des cristaux plus épais et plus nets en ajoutant à la matière en fusion une petite quantité de chlorure de sodium, qui donne de la fluidité à la masse et lui permet, par suite, de rester plus longtemps liquide pendant le refroidissement. La poudre insoluble est alors composée de rosaces hexagonales assez épaisses et de fragments de prismes hexagonaux ayant une action énergique sur la lumière polarisée. Ces cristaux sont solubles dans l'acide azotique. Leur densité, déterminée à la température de 7°, est 3,843.

» L'analyse a montré qu'ils sont formés par un phosphate double de thorium et de sodium; elle a fourni les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Acide phosphorique........	34,17	33,65
Thorine....................	41,58	41,71
Soude (par différence)......	24,25	24,64

» Cette composition correspond à un phosphate double de thorium et de sodium ayant pour formule

$$5NaO, 4ThO, 3PhO^5\ (Th = 58,1) \quad \text{ou} \quad 5NaO, 2Th'O^2, 3PhO^5.$$

» Si au mélange de pyrophosphate de soude et de sel de thorium en fusion on ajoute un excès de chlorure de sodium, on voit se précipiter au fond du creuset de platine une poudre cristalline, insoluble dans le mélange. Après refroidissement et lavage, on reconnaît que ce précipité est formé

---

(1) Ce produit avait déjà été obtenu par Gmelin dans l'action du sel de phosphore sur la zircone.

de cristaux cubiques de thorine, semblables à ceux que nous avions obtenus avec l'orthophosphate de potasse.

» Enfin le chlorure de thorium anhydre, bien exempt d'oxyde, dissous dans le pyrophosphate de soude en fusion, donne des cristaux biréfringents à deux axes très écartés; angle d'extinction 10°. La face d'aplatissement est perpendiculaire à un axe d'élasticité. Ces cristaux sont très probablement tricliniques.

» L'analyse a donné:

	Trouvé.	Calculé.
Acide phosphorique........	30,18	30,06
Thorine..................	56,70	56,78
Soude (par différence)......	13,12	13,16

» Cette composition correspond à la formule

$$\mathrm{NaO, 2ThO, PhO^5} \quad \text{ou} \quad \mathrm{NaO, Th'O^2, PhO^5}.$$

» Cette formule est semblable à celle du composé correspondant obtenu avec le pyrophosphate de potasse.

» 2° *Sur la zircone.* — En dissolvant dans le pyrophosphate de soude en fusion de la zircone ou du phosphate de zircone amorphe, on obtient une matière pâteuse qui se solidifie rapidement par abaissement de température et donne, après lavage, une poudre cristalline dont les cristaux sont très petits et difficiles à déterminer.

» On arrive à de meilleurs résultats en dissolvant dans le pyrophosphate de soude en fusion du chlorure de zirconium anhydre, et ajoutant au mélange fondu un peu de chlorure de sodium, qui lui donne de la fluidité et permet une solidification plus lente pendant le refroidissement. On obtient alors des lamelles hexagonales ayant une très faible action sur la lumière polarisée. Ce sont des cristaux à deux axes très rapprochés.

» Ces cristaux sont solubles dans les acides. Leur densité, déterminée à 14°, est 2,88.

» L'analyse a donné les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Acide phosphorique....	43,27	43,51
Zircone...............	27,54	27,99
Soude (par différence)..	29,19	28,50

» Cette composition correspond à un phosphate double de zirconium et de sodium ayant pour formule $\mathrm{6NaO, 3ZrO^2, 4PhO^5}$.

» En ajoutant au mélange une plus grande quantité de chlorure de sodium, on obtient non plus des lamelles hexagonales, mais des prismes agissant énergiquement sur la lumière polarisée, à extinction longitudinale. Ce sont des cristaux à deux axes très écartés et bissectrice négative. Ils sont solubles dans les acides. Leur densité déterminée à 14° est 2,43.

» L'analyse a donné les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Acide phosphorique....	43,55	43,46
Zircone...............	18,72	18,64
Soude (par différence)..	37,73	37,90

» Cette composition correspond à un phosphate double de zirconium et de sodium ayant pour formule $4NaO, ZrO^2, 2PhO^5$.

» *Action de l'orthophosphate de soude.* — L'orthophosphate de soude, difficilement fusible, ne nous a donné de composés nettement cristallisés ni avec la thorine, ni avec la zircone, lorsque nous l'avons fait agir seul. Lorsque nous en avons augmenté la fusibilité par l'addition de chlorure de sodium, il nous a fourni des résultats analogues à ceux que donne le pyrophosphate.

» En résumé, le métaphosphate de soude donne avec la thorine et la zircone des phosphates doubles qui ont des compositions analogues, rappelant celles que nous avait données l'action du métaphosphate de potasse dans les mêmes conditions.

» Les métaphosphates doubles de thorium et de sodium ainsi obtenus ne sont pas isomorphes des phosphates doubles de zirconium et de sodium.

» Le pyrophosphate de soude donne avec la thorine des phosphates doubles qui n'ont ni la même forme cristalline ni la même composition que ceux que l'on obtient avec la zircone.

» On ne peut donc tirer de l'étude des phosphates doubles, que ces bases forment avec la soude et l'acide phosphorique, aucun argument qui autorise à rapprocher, comme on a cru pouvoir le faire, la zircone de la thorine, pour justifier la formule d'un bioxyde donnée à cette dernière.

» Dans une prochaine Communication, nous ferons connaître des réactions qui éloignent l'un de l'autre ces deux composés, et permettent de rapprocher la thorine des protoxydes. »

GÉOLOGIE. — *Note de M.* **Daubrée** *accompagnant la présentation de deux Ouvrages qu'il vient de publier sur « les Eaux souterraines à l'époque actuelle et aux époques anciennes »*.

« I. Sous le titre *Les eaux souterraines à l'époque actuelle*, j'ai essayé de tracer, en deux volumes in-8, accompagnés de nombreuses planches et gravures sur bois, le tableau des actions multiples que l'eau exerce dans ses parcours à travers les roches, c'est-à-dire son travail dans l'économie de l'écorce terrestre.

» Cette circulation souterraine, bien qu'obéissant à des principes très simples, présente une grande diversité, suivant la nature et le mode d'agencement des masses à travers lesquelles elle s'opère. Aussi, pour en donner une idée précise, convenait-il d'en signaler divers exemples empruntés à des structures variées. Cela expliquera comment j'ai été entraîné à des considérations et à des développements beaucoup plus étendus que je ne l'avais présumé. D'ailleurs, il n'était pas sans intérêt de prendre des types dans des contrées distantes les unes des autres, sauf à y reconnaître des particularités identiques.

» La réunion et la coordination des faits qui y sont exposés ont exigé d'assez longues recherches; car, jusqu'à présent, l'histoire des eaux souterraines avait été rarement traitée dans son ensemble, autrement que d'une manière sommaire. Ces notions n'étaient que peu développées dans les traités de Géologie, bien qu'elles constituent une branche importante de cette Science, non seulement pour les applications, mais aussi au point de vue de la théorie, par exemple pour les éruptions des volcans.

» Trois Parties successives de cet Ouvrage sont consacrées à l'étude de leur régime, de leur température et de leur composition.

» 1° Des roches perméables et des roches imperméables se trouvent très souvent en contact, par suite de leur dépôt originel. Quelquefois aussi, leur juxtaposition est due à des accidents particuliers, tels que les rejets consécutifs des failles, les éruptions de roches ou les incrustations des filons métallifères. Les cavités souterraines, comme les cavernes, les cassures de divers ordres qui traversent le sol, notamment les diaclases et les paraclases, jouent souvent un rôle très important.

» Aux mouvements des eaux déterminés par la seule pesanteur doivent être ajoutés ceux que provoquent la force élastique des gaz, acide carbonique et hydrogène carboné, et celle de la vapeur, comme il arrive dans les geysers, les *soffioni* et les volcans.

» 2° La température des eaux souterraines établit parmi elles la séparation entre les sources ordinaires et les sources thermales. Ces dernières constituent une série continue, depuis la température ordinaire jusqu'à celle de l'eau bouillante et au delà. En ce qui concerne les sources thermales, leur excédent caractéristique dérive évidemment de la chaleur propre du globe, de telle sorte que toutes les eaux profondes sont nécessairement chaudes. Leur jaillissement tient à des dispositions souterraines, contraignant à revenir vers la surface des eaux qui sont parvenues plus ou moins bas. A ce titre, les ploiements et les redressements de couches, surtout le long des lignes anticlinales, les failles ou paraclases, les filons métallifères, les pointements cunéiformes de roches cristallines, le voisinage des volcans actifs ou éteints et des roches volcaniques anciennes sont autant de types de conditions éminemment favorables qui sont passés en revue.

» Chaque mode de gisement des sources thermales fait comprendre comment la chaleur interne du globe intervient pour les échauffer. Toutefois, sans pénétrer aussi bas que le ferait supposer leur degré de chaleur, comparé au taux normal d'accroissement, les eaux peuvent acquérir une température élevée, en l'empruntant à certaines roches éruptives, poussées de la profondeur vers la surface de la terre et qui conservent encore une partie de leur primitive chaleur. En général, elles remontent par l'effet d'une pression hydrostatique, comme dans les puits artésiens ; quelquefois intervient la force expansive de la vapeur.

» Les volcans, dont les éruptions n'évoquent à l'esprit que l'idée de feu, constituent cependant de gigantesques sources intermittentes d'une eau, dont la haute température surpasse tout ce que nous connaissons.

» Toutefois, l'eau expulsée des foyers volcaniques nous donne seulement une idée bien restreinte de l'importance de son domaine dans les profondeurs de la terre. Si l'on considère la possibilité qu'elle trouve de pénétrer, par capillarité et par d'autres moyens, dans des régions internes d'une très haute température, on ne peut guère douter que ces régions ne recèlent de l'eau surchauffée. Emprisonnée entre des parois rocheuses d'une énorme résistance, elle peut acquérir une tension que certaines expériences récentes montrent comme étonnamment puissante. Ce n'est donc pas à des émissions ostensibles que l'eau souterraine borne son rôle ; sans se montrer, elle doit contribuer aussi à des actions mécaniques.

» En présence de l'immense force employée par elle lors des éruptions, quand elle pousse la lave à l'altitude de l'Etna, on peut admettre que, dans les régions où elle ne trouve pas d'issue, animée de cette énorme pression, elle soit aussi une cause efficace des tremblements de terre, même des plus formidables.

» 3° La composition des eaux souterraines soulève le difficile problème du mode de groupement des corps que l'analyse y décèle. L'origine de ces corps qui, dans certains cas, n'a donné lieu qu'à des hypothèses, est souvent rendue évidente par l'examen précis de leurs conditions de gisement.

» La classification des eaux minéralisées a été généralement subordonnée à des conditions médicales. J'ai trouvé préférable de les plier à une répartition strictement commandée par la proportion relative des substances dissoutes. C'est ainsi que certains types très usités, comme celui des eaux sulfurées, perdent singulièrement de leur importance, jusqu'à disparaître à peu près : la proportion des sulfures y est en effet de beaucoup inférieure à celle d'autres combinaisons. A l'inverse, la méthode adoptée révèle des types passés inaperçus. Tel est celui des eaux silicatées qui, quelle que soit sa valeur possible au point de vue thérapeutique, offre un incontestable intérêt pour le géologue; à part les eaux geyseriennes, cette catégorie comprend certaines sources de Plombières, de Bagnères-de-Luchon, d'Ax, de Saint-Sauveur, de Saint-Honoré, d'Amélie ainsi que celles d'Arassan, de Boulak et de Bergati, dans le Turkestan russe.

» Ce que nous pouvons observer en nous tenant à la surface du sol ne donne d'ailleurs qu'une idée restreinte et incomplète des actions que nous décèlent les travaux exécutés pour le captage de quelques sources thermales.

» II. Le second Ouvrage, intitulé *Les Eaux souterraines aux époques anciennes,* constitue un volume également accompagné de nombreuses figures. Il fait ressortir le rôle qui leur revient dans l'origine et les modifications de la substance de l'écorce terrestre et particulièrement leur action minéralisatrice.

» Le volume s'ouvre par une étude sur la formation des zéolithes et des minéraux qui les accompagnent habituellement. La formation des gîtes métallifères et des travertins conserve des traces non moins certaines d'une origine aqueuse. Rien de plus clair, par exemple, que cette intervention en ce qui concerne les amas de calamine. Dans beaucoup d'entre eux, les travaux d'exploitation ont permis de reconnaître et de suivre dans tous leurs détails les canaux d'ascension des sources zincifères qui leur ont donné naissance : après avoir jailli de failles, elles se sont insinuées dans les couches perméables, calcaires ou dolomies, en coulant à la surface de couches imperméables. Les nappes métalliques sont en rapport évident de situation avec la perméabilité et la nature chimique des roches, exactement comme elles le seraient encore aujourd'hui si les eaux métallifères continuaient à affluer.

» Une action aqueuse se manifeste aussi dans les changements que les eaux souterraines ont déterminés dans les roches depuis leur formation et qui consistent, soit en épigénies, c'est-à-dire minéralisation de corps organiques, et en substitution de corps nouveaux à des substances cristallisées (pseudomorphoses); soit en une concentration de certaines substances sous forme de rognons ; soit en altérations de roches silicatées, comme celles qui ont donné naissance à l'alunite, au kaolin et à la serpentine. Dans cet ordre de considérations, une place à part revenait aux phénomènes métamorphiques, dont l'observation a conduit à un ensemble de conclusions justifiées par des expériences. Une dernière partie concerne le rôle des eaux souterraines dans l'origine des substances constitutives des terrains stratifiés. On y distingue celles qui proviennent des parties externes et particulièrement de l'écorce cristallisée de ce qui dérive d'une origine plus profonde.

» III. Le rapprochement de ces deux Ouvrages fait apparaître des termes de comparaison très dignes d'intérêt.

» Depuis que l'écorce terrestre existe, pendant toutes les périodes de son développement, l'eau, en y circulant avec des températures parfois très élevées, a produit des effets considérables et divers qui s'y sont enregistrés d'une manière durable. Cette circulation incessante a, en effet, engendré un grand nombre d'espèces minérales. A l'aide de ces minéraux divers, métalliques et pierreux, où l'eau a en quelque sorte stéréotypé son travail final, nous arrivons à surprendre les opérations intimes de ce liquide dans les laboratoires qu'il a abandonnés depuis des milliers de siècles, fissures plus ou moins grandes, boursouflures ou simples pores des roches.

» L'étude des eaux dans leurs parcours et leurs effets aux époques anciennes vient donc compléter l'histoire et agrandir considérablement le tableau de leurs œuvres souterraines. Là se produit un véritable échange de lumière : le passé éclaire autant le présent que le présent éclaire le passé.

» Rien, du reste, ne prouve que les phénomènes de cette nature ne persévèrent pas de nos jours. Il est à croire que présentement des actions semblables se produisent encore, mais dans des régions intérieures inaccessibles à nos observations. L'eau surchauffée, qui trahit son existence par des sources thermales et des exhalaisons volcaniques, engendre, selon toute apparence, lentement et silencieusement, dans l'intérieur du globe, des effets considérables et permanents, et donne naissance, comme autrefois, à des minéraux variés. Ce que nous n'obtenons qu'avec beaucoup de difficultés dans nos expériences, l'action de l'eau surchauffée, se trouve forcément réalisé de toutes parts dans l'intérieur des roches, capables de résister aux énormes pressions qu'elle peut mettre en œuvre, bien autrement que nos appareils les plus habilement disposés, toujours prêts à éclater ou à éprouver des fuites.

» De même que, dans notre organisme, toutes les parties du corps doivent leur développement aux apports qu'elles reçoivent de la circulation du sang, dans l'écorce du globe terrestre, l'eau, par son incessante circulation souterraine et par un travail surtout chimique, accomplit une sorte d'action vitale qui s'est perpétuée à travers les âges. Ne peut-on pas appliquer justement à ces effets minéralogiques et géologiques, si dignes de notre curiosité et dérivant d'une cause unique, l'épigraphe choisie par Leibnitz : *In varietate unitas?* »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la publication d'un « Atlas de Météorologie maritime ».*
Note de M. **Mascart.**

« J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie un « Atlas de Météorologie mari- » time », publié par le Bureau Central météorologique à un petit nombre d'exemplaires, à l'occasion de l'Exposition du Havre, et aux frais d'une personne qui désire garder l'anonyme.

» Cet Atlas de 32 Cartes a été rédigé par M. Léon Teisserenc de Bort, soit en utilisant les travaux les plus dignes de foi, soit à l'aide de documents inédits. Les premières Cartes indiquent la répartition moyenne de la pression et des vents dominants sur le globe pour les principales saisons. Les autres sont consacrées spécialement à l'étude de l'océan Atlantique; elles donnent le régime des vents, la fréquence relative des dépressions des courants, la température de la mer, la position des glaces, la ligne d'égale déclinaison, etc.

» L'Atlas est accompagné d'un texte explicatif qui renferme, en outre, quelques vues personnelles à l'auteur sur les caractères généraux des mouvements de l'atmosphère.

» Dans l'intention du donateur, cet Ouvrage doit être distribué gratuitement aux capitaines de la marine marchande qui prêtent leur concours pour les observations météorologiques à la mer; nous espérons qu'il sera pour eux un livre utile et servira à leur montrer combien leurs travaux personnels peuvent contribuer aux progrès de la Science. »

MÉCANIQUE. — *Théorie et application du pendule à deux branches;* par M. **G.-A. Hirn**.

« Le métronome de Maelzel consiste, on le sait, en un pendule à double branche, commandé par un mécanisme d'horlogerie. L'une, inférieure et très courte, porte à son extrémité un poids assez lourd, qui constitue le *poids moteur;* l'autre, supérieure et plus longue, porte un petit poids qui peut glisser et être arrêté en chaque point voulu, et qui constitue le *poids régulateur*. Avec ce système, on peut obtenir tel nombre de battements voulu, depuis zéro jusqu'à un maximum n qui dépend de la longueur du pendule inférieur et du moment d'inertie total. Ce pendule est bien certainement le plus commode pour le but auquel il est destiné, puisque, sous de petites dimensions, il donne tous les battements désirés, sans qu'on ait à doubler ou à dédoubler les indications. Dépouillé de son mécanisme à ressorts, ce pendule à deux branches, convenablement construit sur une échelle un peu grande, peut servir comme un excellent métronome muet; mais, ainsi que je vais le montrer tout à l'heure, il peut servir à d'autres usages encore. Sa théorie, que je n'ai trouvée dans aucun des ouvrages de Mécanique que j'ai sous main, est très intéressante. Ai-je besoin de dire qu'en la donnant je ne vise à aucune priorité? — Si, à mon insu, elle a été publiée déjà par un autre analyste, elle mérite en tous cas d'être plus connue qu'elle ne l'est.

» Je commence par décrire le pendule de ce genre que j'ai construit.

» La tige est une règle de bois de $0^{m},50$ de longueur, plate et mince ($0^{m},003$ d'épaisseur et $0^{m},02$ de largeur, environ). L'une des extrémités est serrée entre deux disques de plomb égaux, pesant environ 400^{gr}, et formant le *poids moteur*. A $0^{m},07$ du centre de ces disques est adapté un petit axe cylindrique terminé par deux couteaux d'acier qui posent sur deux montants égaux fixés d'équerre sur une planchette. C'est entre ces montants qu'oscille la branche inférieure du pendule. Le poids régulateur consiste en une lame de métal fermée et embrassant aussi juste que possible la tige supérieure; cette lame, doublée de drap intérieurement, peut glisser à frottement doux sur la règle. Son poids est tel que, quand elle se trouve à l'extrémité supérieure du pendule, il y a équilibre juste entre les deux branches. L'une des faces de la règle est couverte d'une bande de papier sur laquelle on trace les divisions, d'après la méthode que j'indiquerai de suite.

» Par cette très courte description, chacun comprendra que, selon la position du poids régulateur, on peut faire battre à ce pendule tel nombre de coups voulu par unité de temps, depuis zéro jusqu'à la limite n. La construction de l'instrument, auquel on peut d'ailleurs donner un aspect élégant, est à la portée de tout menuisier un peu habile. La division seule est la partie délicate et demande de la patience. Les personnes qui voudront, avec raison peut-être, renoncer au métronome bruyant ordinaire, trouveront dans l'emploi de ce pendule double la manière la plus exacte et la moins coûteuse de marquer les mouvements en Musique.

» Ce genre de pendule peut servir très utilement lorsqu'on a à faire, sur une machine quelconque, des expériences dans lesquelles on veut varier les vitesses et les connaître très rapidement sous forme approximative; comme exemple, je cite des expériences dynamométriques sur une machine à vapeur pour laquelle on veut déterminer la vitesse donnant le maximum de rendement. Le pendule étant réglé à un nombre voulu de battements, en ouvrant plus ou moins la valve d'admission, on amène très aisément les coups de piston de la machine à correspondre à ces battements. Ce résultat est beaucoup plus long à obtenir avec une montre à secondes seulement. Dans mes recherches sur la machine à vapeur, je me servais, dans le même but, du pendule ordinaire, auquel je donnais la longueur nécessaire; mais son usage est beaucoup plus embarrassant. Dans la Mécanique appliquée, on trouvera bien des cas où le pendule double pourra faciliter et abréger des expériences.

» Cherchons la loi du mouvement de ce genre de pendule.

Soient

P_0 le poids moteur;
p_0 le poids régulateur;
L_0 la longueur effective de la branche inférieure;

l la distance, variable à volonté, du centre de gravité de p_0 à l'axe de suspension, distance mesurée sur la tige supérieure.

» Écartons la tige de la verticale pour l'abandonner à elle-même. Soient Θ cet angle d'écart et θ ce qu'il est devenu au bout du temps t. L'angle parcouru étant $(\Theta - \theta)$, le poids moteur P_0 s'est abaissé de la hauteur $L_0(\cos\theta - \cos\Theta)$; le poids p_0 s'est au contraire élevé de la hauteur $l(\cos\theta - \cos\Theta)$. Le travail mécanique donné par P_0 est $P_0 L_0(\cos\theta - \cos\Theta)$; le travail qu'a coûté p_0 est $p_0 l(\cos\theta - \cos\Theta)$. C'est à la différence de ces deux travaux qu'est due la somme de force vive gagnée par P_0 et par p_0. Cette somme a pour expression

$$\frac{1}{g}\left(P_0 L_0^2 \frac{d\theta^2}{dt^2} + p_0 l^2 \frac{d\theta^2}{dt^2}\right) = \frac{1}{g}\frac{d\theta^2}{dt^2}(P_0 L_0^2 + p_0 l^2);$$

on a donc l'équation

$$(2 P_0 L_0 - p_0 l)(\cos\theta - \cos\Theta) = \frac{1}{g}\frac{d\theta^2}{dt^2}(P_0 L_0^2 + p_0 l^2),$$

d'où l'on tire

$$t\frac{\sqrt{2g(P_0 L_0 - p_0 l)}}{\sqrt{(P_0 L_0^2 + p_0 l^2)}} = \int \frac{d\theta}{\sqrt{(\cos\theta - \cos\Theta)}} + \text{const.}$$

» Pour une très petite valeur donnée à Θ, l'intégrale, prise de o à Θ et doublée, est, comme on sait, $\pi\sqrt{2}$, d'où il résulte

$$T = \pi\sqrt{\frac{(P_0 L_0^2 + p_0 l^2}{g(P_0 L_0 - p_0 l}},$$

T exprimant alors la durée d'une oscillation complète. Telle serait la loi d'oscillation de notre pendule, si la tige était *sans poids*. Il est nécessaire, mais d'ailleurs facile, de tenir compte de l'action de cette tige. Les produits $P_0 L_0$, $p_0 l$, $P_0 L_0^2$ et $p_0 l^2$ sont les moments statiques et les moments d'inertie répondant aux deux poids P_0 et p_0. Nous devons donc, avec les signes convenables, y ajouter les moments correspondant aux branches elles-mêmes. L'épaisseur et la largeur de la tige devant être constantes par la construction même, on trouve aisément

$$\tfrac{1}{2} p_i L_0, \quad \tfrac{1}{2} p_s l_0, \quad \tfrac{1}{3} p_i\left(L_0^2 + \tfrac{1}{4}\lambda^2\right), \quad \tfrac{1}{3} p_s\left(l_0^2 + \tfrac{1}{4}\lambda^2\right)$$

pour les moments statiques et les moments d'inertie des deux branches du pendule, p_i désignant le poids de la branche inférieure, p_s, λ, l_0 le poids, la largeur et la longueur de la branche supérieure. Ce sont ces diverses valeurs que nous devons introduire dans notre équation ci-dessus. Rigoureusement parlant, nous devons aussi tenir compte de l'action qu'a la forme même du poids p_0. En nommant h sa hauteur et λ' sa largeur *constantes*, on trouve aisément pour le moment d'inertie

$$p_0[l^2 + \tfrac{1}{4}(h^2 + \tfrac{1}{3}\lambda'^2)].$$

Il vient ainsi, pour notre équation générale,

$$T = \pi\sqrt{\frac{P_0 L_0^2 + \frac{1}{3} p_i (L_0^2 + \frac{1}{4}\lambda^2) + \frac{1}{3} p_s (l_0^2 + \frac{1}{4}\lambda^2) + p_0 [l^2 + \frac{1}{4}(h^2 + \frac{1}{3}\lambda'^2)]}{g(P_0 L_0 + \frac{1}{2} p_i L_0 - \frac{1}{2} p_s l_0 - p_0 l)}},$$

T étant la durée d'une oscillation entière. En faisant p_0, p_i et p_s nuls, l'équation devient

$$T = \pi\sqrt{\frac{L_0}{g}};$$

c'est, comme il en devait être, celle du pendule simple ordinaire.

» La discussion de notre équation conduit à des résultats très intéressants; la place me manquant ici pour les examiner, je me mets de suite au point de vue expérimental.

» Au lieu de prendre pour inconnue le temps exprimé en secondes, prenons le nombre de battements par minute. En désignant ce nombre par n, on a $T = \frac{60}{n}\cdot$ Dans la construction d'un pendule, tout comme pour un pendule déjà fait, il serait très difficile de déterminer directement les divers moments que renferme l'équation (T); il faut donc suivre une autre voie, pour se servir de celle-ci. Posons

$$\frac{1}{p_0}(P_0 L_0 + \tfrac{1}{2} p_i L_0 - \tfrac{1}{2} p_s l_0) = A,$$

$$\frac{1}{p_0}[P_0 L_0^2 + \tfrac{1}{3} p_i (L_0^2 + \tfrac{1}{4}\lambda^2) + \tfrac{1}{3} p_s (l_0^2 + \tfrac{1}{4}\lambda^2)] + \tfrac{1}{4}(h^2 + \tfrac{1}{3}\lambda'^2) = B^2,$$

$$g = 9^{\text{m}},80896, \qquad \pi = 3,1415927,$$

et élevons au carré; il vient

$$0,0002795\, n^2 = \frac{A - l}{B^2 + l^2}\cdot$$

» Pour déterminer les deux constantes A et B², il nous suffit de donner à p_0 deux positions différentes aussi écartées que possible l'une de l'autre et de compter le nombre d'oscillations qui y répondent. En ce qui concerne A, il est plus simple encore d'élever assez p_0 pour qu'il y ait équilibre parfait entre les deux branches du pendule et que, par suite, n devienne nul; on a alors

$$A = l,$$

et il suffit d'une seule expérience de mouvement pour pouvoir déterminer B^2. Je prends de suite comme exemple le pendule que j'ai construit. On avait, pour $n = 0$,

$$A = l = 0^{m},38;$$

en abaissant autant que possible p_0, l devenait $0^{m},02625$; le pendule faisait alors 169,014 oscillations par minute. Il vient ainsi

$$0,0002795(169,104)^2 = \frac{0,38 - 0,02625}{B^2 + (0,02625)^2},$$

d'où l'on tire

$$B^2 = 0,04367092;$$

et notre équation générale devient, au cas particulier,

$$0,0002795 n^2 = \frac{0,38 - l}{0,04367092 + l^2}.$$

En la résolvant par rapport à l et faisant toutes les réductions, on a

$$l = -1788,909\frac{1}{n^2} + \sqrt{1359,571\frac{1}{n^2} - 0,043671 + \left(\frac{1788}{n^2}\right)^2}.$$

» Pour subdiviser le pendule, il suffit maintenant de donner à n des valeurs croissant par exemple de dix en dix depuis 0 et de calculer les valeurs correspondantes de l. Toutefois, et j'insiste formellement sur cette remarque, ce procédé de division ne peut pas être employé seul, si l'on tient à l'exactitude. Pour chaque valeur calculée de l, on fait un trait léger et provisoire sur la tige, on fait osciller le pendule, et puis on déplace un tant soit peu p_0 vers le haut ou le bas, jusqu'à ce que le nombre de battements soit réellement celui qu'on a introduit dans l'équation. En ce qui concerne les subdivisions des dizaines, on commence à les faire égales entre elles, puis, par tâtonnements, on donne à p_0 sa véritable position. Tous les traits sont alors seulement marqués définitivement.

» D'après les précautions que j'indique et qui sont indispensables, on conçoit pourquoi il existe tant de métronomes fautifs; les constructeurs se donnent, en effet, rarement la peine de faire des vérifications directes aussi minutieuses. On voit aussi que le pendule à deux branches dont j'ai donné l'analyse est d'une construction facile, à la portée de chacun, soit qu'on veuille l'employer comme métronome, soit qu'on veuille en faire un indicateur rapide des vitesses d'une machine quelconque. »

CHIMIE. — *Fluorescences du manganèse et du bismuth.*

Note de M. **Lecoq de Boisbaudran.**

« 5° (continué) (¹). *Deux dissolvants solides, dont l'un joue vis-à-vis de l'autre le rôle de matière modérément active et une substance active fluoresçant vivement avec un seul de ces dissolvants.*

» (B) On a préparé un mélange de

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{CdO, SO^3,\ 100}\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{Bi^2O^3, 3SO^3,\ 10}\ldots\ldots\ldots\end{array}\right\}\ 110$$

que j'appellerai BiCd. Les compositions suivantes ont été examinées :

Bi-Cd......	97,2	92,40	89,6	85,2	83,9	79,8	55,6	16,6
CaO, SO^3...	2,8	7,60	10,4	14,8	16,1	20,2	44,4	83,4
	100,0	100,00	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

» Avec 2,8, 7,60, 10,4 ou même 14,8 pour 100 de sulfate de chaux, on n'aperçoit que des fluorescences jaune verdâtre d'intensités modérées (²). La bande rouge de Ca + Bi est indiscernable. Contrairement à ce qui s'observerait si l'on employait le mélange Cd-Bi (CdO, SO^3,100 et $Bi^2O^3, 3SO^3$,1), il n'y a pas production de bleu. L'effet Ca + Cd est donc empêché par l'abondance du bismuth, quoique la fluorescence Ca + Bi ne se montre point.

» Avec 16,1 pour 100 de sulfate de chaux, on voit une très faible fluorescence tirant sur l'orangé et une légère trace de la bande rouge Ca + Bi.

» Avec 20,2 pour 100 de sulfate de chaux, la fluorescence rouge orangé est assez jolie, quoique pas très brillante; la bande rouge est bien marquée.

» Avec 83,4 pour 100 de sulfate de chaux, la fluorescence rouge orangé et la bande sont très belles.

(¹) *Comptes rendus*, 13 juin 1887, p. 1685.

(²) Dans quelques mélanges, la fluorescence est presque nulle.

» 6° *Deux dissolvants solides, dont le premier (α) joue vis-à-vis du second (β) le rôle de matière modérément active et deux substances actives fluoresçant vivement : l'une avec les deux dissolvants α et β, l'autre seulement avec β.*

» Ce cas, assez complexe, a été examiné au moyen des sulfates de chaux et de cadmium, pris en proportions variables et additionnés d'un peu de bismuth et de manganèse.

» On a vu dans la Note précédente que, pour un mélange de 2 parties sulfate de chaux et de 1 partie sulfate de cadmium bismuthifère (ce dernier contenant $\frac{1}{100}$ de sulfate de bismuth), les effets Ca + Cd et Ca + Bi s'équivalent sensiblement. L'addition du manganèse modifie comme suit la fluorescence de ce mélange.

» Avec

CaO, SO^3..........	66,67	100,33,
CdO, SO^3..........	33,00	
$Bi^2O^3, 3SO^3$.......	0,33	
MnO, SO^3	0,33	

contenant poids égaux des sulfates de bismuth et de manganèse, il se produit une très belle fluorescence verte paraissant être presque exclusivement due à l'effet Ca + Mn dont le spectre est fort brillant, tandis que les points correspondant aux maxima des spectres Cd + Mn et Ca + Bi sont relativement peu éclairés.

» Avec

CaO, SO^3.........	66,667	100,033,
CdO, SO^3.........	33,000	
$Bi^2O^3, 3SO^3$.......	0,333	
MnO, SO^3.........	0,033	

composition dans laquelle il entre dix fois moins de sulfate de manganèse que de sulfate de bismuth, on obtient un mélange de parties vertes et de parties rouges ou rougeâtres (1). Le vert domine assez sensiblement. La bande rouge Ca + Bi est bien marquée, ainsi que le vert spectral de Ca + Mn. L'effet Cd + Mn n'est pas appréciable, car le jaune est relativement sombre.

» Prenant maintenant pour base un mélange des sulfates de chaux et de cadmium (ce dernier bismuthifère) qui seul donnerait à la fois des parties bleues et des parties vert jaune (¹), sans bande rouge Ca + Bi, on a examiné l'action du manganèse.

---

(1) Le rouge se développe surtout en face des électrodes.

» Avec

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{CdO, SO^3} \ldots\ldots\ldots\ldots & 74{,}25 \\ \mathrm{CaO, SO^3} \ldots\ldots\ldots\ldots & 25{,}00 \\ \mathrm{Bi^2O^3, 3SO^3} \ldots\ldots\ldots & 0{,}75 \\ \mathrm{MnO, SO^3} \ldots\ldots\ldots\ldots & 0{,}75 \end{array}\right\} 100{,}75,$$

contenant poids égaux des sulfates de bismuth et de manganèse, il se forme une magnifique fluorescence vert jaune qui, pour une part importante, est due à Cd + Mn. On observe toutefois de nombreux grains d'un vert plus bleu indiquant clairement la coexistence des effets Ca + Mn et Cd + Mn; il y a aussi des grains dont la teinte se rapproche du jaune orangé. Le rouge orangé étant relativement assez développé dans la fluo-

---

(¹) Un semblable mélange de parties bleues et vert jaune s'obtient également avec les sulfates de cadmium et de chaux non additionnés de bismuth. Le jaune de cette fluorescence semble provenir, du moins en grande partie, de traces de manganèse contenues dans le sel de chaux employé. Le jaune vert Cd + Mn et le bleu Ca + Cd donneraient ainsi le vert jaune par leur superposition. Cela paraît résulter des observations suivantes : 1° Du sulfate de cadmium contenant $\frac{1}{47500}$ de sulfate de manganèse fournit une fluorescence jaune d'intensité assez modérée et dont le spectre s'étend sur le rouge orangé, le jaune et le vert jaune. 2° Un mélange de sulfate de cadmium, 92,5 et sulfate de chaux, 7,5 = 100,0, étant additionné de $\frac{1}{15000}$ de sulfate de manganèse, possède une jolie fluorescence vert jaune. Il y a quelques parties bleuâtres. Le spectre se rapproche beaucoup de celui de Cd + Mn, mais contient relativement un peu plus de vert et de bleu. 3° Avec sulfate de cadmium, 95,2 et sulfate de chaux, 4,8 = 100,0, il s'établit au premier instant une fluorescence bleuâtre qui passe bientôt, en face des électrodes, à un vert jaune beaucoup moins intense, mais légèrement plus vert que si l'on avait ajouté $\frac{1}{15000}$ de sulfate de manganèse. 4° Avec sulfate de cadmium, 93,7 et sulfate de strontiane, 6,3 = 100,0, on obtient une fluorescence, d'abord d'un faible rose violacé, puis jaune légèrement verdâtre. Cette fluorescence jaune est très analogue à celle du sulfate de cadmium un peu manganésifère, mais elle est moins verte que celle du sulfate de cadmium additionné de sulfate de chaux; ce qui se comprend, vu l'absence de l'effet bleu Ca + Cd. 5° En prenant : sulfate de cadmium, 90,9 et sulfate de baryte, 9,1 = 100,0, la fluorescence est jaune verdâtre, se rapprochant beaucoup de celle du sulfate de cadmium légèrement manganésifère. Il paraît donc y avoir, dans les sels de Ca, Sr et Ba employés, des traces de Mn qui concourent pour une grande part à la formation du jaune. 6° Enfin, le sulfate de chaux, additionné de 8 à 15 pour 100 de son poids de sulfate de cadmium, donne une jolie fluorescence bleue, passant au vert bleu en face des électrodes et au bleu violet sur les points plus éloignés du centre d'action électrique.

rescence Cd + Mn, il serait impossible de reconnaître la présence d'une trace de la bande Ca + Bi qui prendrait naissance dans le cas actuel.

» Avec

$$\left.\begin{array}{lr} \mathrm{CdO, SO^3}\ldots\ldots\ldots & 74{,}250 \\ \mathrm{CaO, SO^3}\ldots\ldots\ldots & 25{,}000 \\ \mathrm{Bi^2O^3, 3SO^3}\ldots\ldots & 0{,}750 \\ \mathrm{MnO, SO^3}\ldots\ldots\ldots & 0{,}075 \end{array}\right\} 100{,}075,$$

mélange dans lequel le sulfate de manganèse est dix fois moins abondant que le sulfate de bismuth, la fluorescence est belle et d'un vert jaune. Quelques parties sont d'un vert plus bleu, d'autres tirent sur le jaune un peu orangé. Le spectre paraît résulter de la superposition des effets Cd + Mn et Ca + Mn, avec prédominance de Cd + Mn. Dans son ensemble, la présente fluorescence est très légèrement moins verte que celle du mélange analogue, où les sulfates de bismuth et de cadmium entrent par quantités égales. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de feu M. *Mulsant*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 43, M. Agassiz obtient 43 suffrages.

M. **Agassiz**, ayant obtenu l'unanimité des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission chargée de préparer une liste de candidats pour la place de Secrétaire perpétuel, devenue vacante par suite du décès de M. *Vulpian*.

Cette Commission doit se composer de six Membres pris dans les Sections de Sciences physiques et du Président en exercice.

Les Membres qui réunissent la majorité des suffrages, sont : MM. Chevreul, Daubrée, Duchartre, Peligot, de Quatrefages et Marey.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission de deux Membres qui sera chargée de la vérification des comptes de l'année 1886.

MM. Chevreul et Mouchez réunissent la majorité des suffrages.

RAPPORTS.

CHIMIE AGRICOLE. — *Rapport sur le Mémoire de* M. Paul de Mondésir *relatif au dosage rapide du carbonate de chaux actif dans les terres.*

(Commissaires : MM. Debray, Reiset, Schlœsing rapporteur.)

« On sait que le carbonate de chaux remplit dans les sols diverses fonctions très importantes : il est la source principale d'un aliment des plantes indispensable, la chaux ; il fournit au sol, avec le concours de l'acide carbonique et de l'eau, la dissolution de bicarbonate de chaux qui coagule l'argile et conserve l'ameublissement ; c'est lui qui donne à la terre végétale la réaction alcaline si favorable à la nitrification et à l'exercice du pouvoir absorbant. Sa détermination est donc chose essentielle. Elle ne présente pas de difficulté, quand le calcaire est en quantité notable ; on décompose celui-ci par l'acide nitrique ou l'acide chlorhydrique étendu, on recueille, à l'aide de dispositions assez simples, l'acide carbonique dégagé ; on le mesure, et l'on déduit de sa quantité celle du calcaire correspondant. Mais l'extraction de l'acide carbonique devient une opération assez délicate, quand la terre en fournit peu : il y faut des soins minutieux, et des appareils trop compliqués pour l'usage courant. Aussi l'on se contente alors, le plus souvent, de doser la chaux dissoute par l'acide étendu. Un tel procédé, permis en cas d'abondance du calcaire, expose à des erreurs grossières, dans le cas contraire ; la terre contient des sels de chaux insolubles, phosphate, humates, qui cèdent leur base à l'acide employé ; elle peut posséder plusieurs millièmes de son poids de chaux ainsi combinée ; en sorte qu'en estimant le calcaire par la chaux dissoute, on peut en trouver jusqu'à 1 pour 100 dans un sol qui en est totalement dépourvu.

» Cependant, c'est précisément quand une terre est très pauvre en calcaire que la détermination de cet élément est surtout intéressante, parce qu'alors surgit la question de savoir quelle est la proportion de calcaire limite, variable selon les sols et les cultures, au-dessous de laquelle la végétation commence à souffrir du manque de chaux. Ne serait-il pas essentiel, par exemple, de déterminer cette limite et de savoir où en est la réserve de calcaire, dans un de ces sols si nombreux en France, qui doivent toute leur chaux au marnage ou au chaulage?

» Notre ignorance en ces matières tient à l'absence d'un procédé réellement pratique pour doser dans une terre de très faibles quantités de carbonate de chaux : ce procédé, M. Paul de Mondésir vient de nous l'apporter, et nous pouvons déjà affirmer qu'il a rendu par là aux agronomes un service signalé. Il ne cherche pas à extraire d'un sol l'acide carbonique : opérant la décomposition du calcaire en vase clos, il mesure simplement, à l'aide d'un manomètre à eau, l'augmentation de tension due à l'apparition du gaz carbonique dans l'atmosphère confinée du vase. Un exemple va tout de suite fixer les idées sur la sensibilité de ce procédé. Un flacon jauge 500^{cc} : on y met 100^{cc} d'eau et 100^{gr} d'une terre contenant 100^{mgr} de calcaire, soit $\frac{1}{1000}$; ces 100^{mgr} de calcaire fourniront 44^{mgr} d'acide carbonique, ayant à la température et à la pression ordinaires un volume d'environ 24^{cc}. On ajoute enfin de l'acide tartrique, environ trois fois l'équivalent du calcaire, on ferme et l'on agite violemment. Le calcaire est promptement détruit, s'il est pulvérulent, et l'agitation détermine en quelques instants un partage définitif du gaz carbonique entre l'atmosphère confinée et l'eau. Or, à la température ordinaire, le coefficient d'absorption de l'acide carbonique par l'eau est très voisin de l'unité, d'où résulte que ce gaz pourra être considéré comme occupant toute la capacité du flacon diminuée du volume de la terre, qui est de 38^{cc} (la densité des terres est toujours voisine de 2,6) : la tension du gaz carbonique sera donc de $\frac{24}{500-38}$ d'atmosphère, et la dénivellation occasionnée dans le manomètre par son apparition sera de $\frac{24}{462}$ de 10^{m}, soit $0^{m},52$. Si la terre avait contenu seulement 1, 2, 3 dix-millièmes de calcaire, la dénivellation eût été de 52^{mm}, 104^{mm}, 156^{mm}, hauteurs d'eau très nettement appréciables.

» Assurément, la mesure d'un gaz par la tension qu'il prend dans des circonstances données n'est pas une nouveauté : cela n'empêche pas que personne, avant M. de Mondésir, n'avait appliqué ce genre de mesure à l'acide carbonique dégagé d'une terre, surtout dans des conditions d'exécution tellement commodes et simples, que l'opération peut être pratiquée par des mains tout à fait inhabiles aux manipulations chimiques.

» Il y a cependant quelques précautions à prendre, en vue de l'exactitude des résultats, notamment en ce qui concerne les variations de la température. Nous n'y insisterons pas ici, M. de Mondésir les ayant rapportées dans le résumé de son Mémoire, inséré aux *Comptes rendus*.

» Si l'on voulait obtenir, par le procédé de M. de Mondésir, des résultats rigoureusement exacts, il faudrait corriger les observations en tenant compte des moindres variations des conditions des expériences ; pour éviter les complications d'appareils, on tomberait dans les complications de calcul. Mais l'exactitude absolue n'est point nécessaire ici : « Il ne faut » pas oublier, dit l'auteur, que l'appareil n'est pas destiné à des travaux » scientifiques de précision ; il s'agit d'obtenir une approximation suffi» sante, avec la plus grande simplicité possible dans l'instrument et dans » son emploi. » Nous ajouterons qu'en analyse chimique, comme en toute chose, il convient de régler ses efforts selon les besoins. Rien ne doit être négligé pour obtenir la plus grande approximation possible, si elle est désirable ; mais, lorsqu'une mesure à un cinquantième, à un vingtième près suffit, il est inutile d'accroître les difficultés du travail pour obtenir le centième. Or, quand il s'agit de quelques millièmes ou dix-millièmes de calcaire dans une terre, une faible erreur en plus ou en moins ne modifie nullement la conclusion à tirer d'une analyse.

» C'est pourquoi, négligeant les corrections, M. de Mondésir admet, ce qui est bien près d'être vrai, que les quantités de calcaire sont proportionnelles, dans un appareil donné, aux dénivellations observées, et il tare une fois pour toutes cet appareil en y remplaçant la terre par un poids égal de sable pur, additionné de $0^{gr},100$ de carbonate de chaux et en notant la dénivellation produite.

» En étudiant son instrument, M. de Mondésir n'a pas tardé à lui trouver un avantage probablement imprévu, celui de renseigner l'opérateur sur l'état physique du calcaire. Ce calcaire est-il disséminé dans la terre, en fine poussière, comme il convient pour la production de tous ses effets dans les sols, l'attaque par la dissolution tartrique est rapidement achevée et la montée du manomètre est terminée après une première agitation soutenue pendant deux minutes. Si, au contraire, le calcaire est en grains, l'attaque est d'autant plus lente que les grains sont plus grossiers, et le manomètre monte péniblement après chaque agitation. Quand le calcaire affecte les deux états, on arrive aisément, avec un peu d'habitude, à faire les parts de l'impalpable et du grossier.

» M. de Mondésir a déjà obtenu avec son appareil des résultats bien dignes de fixer l'attention des agronomes. Il a vu, par exemple, fait nouveau, que la proportion du calcaire peut tomber près de zéro, sans que la terre cesse de pouvoir porter de belles récoltes de légumineuses, pourvu que le calcaire soit alors remplacé par les combinaisons des acides bruns avec la chaux. Il y a même de ces terres, encore très fertiles, où les acides bruns ne sont pas entièrement saturés; traitées dans l'appareil, sans acide tartrique et avec addition de carbonate de chaux, elles dégagent de l'acide carbonique.

» Nul doute que d'autres observations importantes ne se multiplient, lorsque l'appareil sera aux mains des agronomes qui étudient la terre végétale. Il est souhaitable qu'il se répande promptement dans nos stations agronomiques.

» L'Académie voit, par les détails précédents, que le Mémoire de M. Paul de Mondésir, bien qu'il soit presque entièrement consacré à la description et au maniement d'un petit appareil très simple, a une haute portée.

» Les Commissaires chargés de l'examiner auraient proposé à l'Académie d'ordonner son insertion dans le Recueil des *Mémoires des Savants étrangers*, s'il ne devait paraître prochainement, dans les *Annales agronomiques*. »

CORRESPONDANCE.

M. **C. Vogt**, nommé Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Le Tome VII des « Œuvres complètes de Laplace », publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences;

2° Une brochure de M. *Edm. Hébert* portant pour titre : « Phyllades de Saint-Lô et conglomérats pourprés dans le nord-ouest de la France;

3° Une Étude de posologie hydrominérale rationnelle dans les troubles de la respiration et de la circulation, par M. *Lahillonne*. (Présentée par M. Larrey.)

M. le général **Menabrea** donne lecture de la Lettre suivante de M. *Antonio Favaro*, professeur à l'Université de Padoue, relative au projet de publication des Œuvres complètes de Galilée :

« L'Italie va entreprendre sous peu, aux frais de l'État et sous le patronage de S. M. le Roi, une nouvelle édition, aussi complète que possible, de toutes les Œuvres de Galilée.

» Ayant été chargé de diriger cette édition, j'ai l'honneur de m'adresser, à cet effet, à tous les directeurs d'archives ou de bibliothèques, aux collectionneurs d'autographes, aux savants, aux amateurs et aux chercheurs de tous les pays, pour en obtenir l'indication des autographes ou des copies des travaux de Galilée, de ses lettres, de celles à lui adressées par d'autres, ou bien entre autres se rapportant à lui, des documents relatifs à ses études ou à sa vie..., enfin, de tout ce qui peut contribuer à rendre la nouvelle édition complète et définitive.

» Les noms des personnes qui auront eu l'obligeance de me communiquer ces documents seront honorablement mentionnés dans l'Ouvrage, et tous les frais qu'elles auront eu à supporter seront immédiatement remboursés. »

ASTRONOMIE. — *Éléments et éphéméride de la planète* (267); par M. **Charlois**.

« Ces éléments ont été calculés au moyen de trois observations équatoriales faites à l'observatoire de Nice, les 27 mai, 9 et 22 juin 1887.

Époque : 1887, *juin* 9,5; *temps moyen de Paris.*

	° ′ ″	
M	29.56.23,4	
π	222.59.16,8	Équinoxe moyen 1887,0.
☊	74. 5.21,6	
i	7.19.20,9	
φ	2.40.34,6	
log a	0,450294	
μ	749″,145	

Éphéméride pour 12^h. *Temps moyen de Paris.*

	Positions apparentes.			
	Æ.	D.	log Δ.	log r.
	h m s	° ′		
1887. Juillet 8	16.28.27	−23.20,3	0,2641	0,4339
9	28. 2	21,5		
10	27.38	22,7		
11	27.15	24,0		

	Positions apparentes.			
	Æ.	Ɗ.	log Δ.	log r.
	h m s	° '		
1887. Juillet 12	16.26.54	−23.25,3	0,2721	0,4341
13	26.35	26,6		
14	26.17	27,9		
15	26. 1	29,2		
16	25.47	30,6	0,2807	0,4343
17	25.34	32,0		
18	25.23	33,4		
19	25.13	34,9		
20	25. 5	36,4	0,2897	0,4345
21	24.59	37,9		
22	24.55	39,4		
23	24.52	41,0		
24	24.51	42,6	0,2990	0,4347
25	24.52	44,3		
26	24.54	46,0		
27	24.58	47,8		
28	16.25. 3	−23.49,6	0,3085	0,4349

» *Remarque.* — Au moment de l'opposition, le 5 juin, la planète était de grandeur 13,5. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur le lieu des foyers d'un faisceau tangentiel de courbes planes*. Note de M. **G. Humbert**, présentée par M. Poincaré.

« Laguerre a énoncé dans les *Comptes rendus* (janvier 1865) le théorème suivant, dont il a fait d'importantes applications ;

» Si par un point on mène respectivement les *n* tangentes à deux courbes homofocales de classe *n*, les deux faisceaux de droites ainsi obtenus ont même orientation.

» On peut donner une proposition analogue, pour le cas où les deux courbes considérées ne sont plus homofocales :

» *Soit un faisceau tangentiel quelconque de courbes planes; par un foyer f de l'une d'elles menons les tangentes à l'une quelconque des autres : tous les systèmes de droites ainsi obtenus à partir du point f ont même orientation.*

» En combinant cette proposition avec le théorème rappelé plus haut, on voit que :

» *Le lieu des foyers des courbes d'un faisceau tangentiel déterminé par deux* *courbes* A *et* B, *de classe* n, *est une courbe telle que, si l'on joint un de ses points aux* n *foyers réels de* A *et aux* n *foyers réels de* B, *les deux systèmes ainsi obtenus aient même orientation.*

» Il résulte de là cette conséquence curieuse que le lieu des foyers des courbes d'un faisceau tangentiel est déterminé dès qu'on connaît les foyers de deux de ces courbes.

» Si l'on suppose, pour plus de généralité, que les deux courbes A et B sont tangentes à la droite de l'infini, c'est-à-dire qu'elles ont un ou plusieurs foyers à l'infini, le lieu des foyers des courbes du faisceau peut être défini comme le lieu des points d'où l'on voit un certain nombre de segments rectilignes sous des angles dont la somme est constante, et réciproquement.

» On retrouve ainsi les courbes remarquables étudiées par M. Darboux, et dont la proposition précédente établit une nouvelle propriété. M. Darboux, à l'occasion de ces courbes, a démontré le théorème suivant :

» *Si une courbe est telle que les produits des distances de l'un de ses points à deux séries de pôles fixes soient dans un rapport constant, la même propriété subsistera quand on remplacera les pôles fixes par une infinité de nouveaux systèmes de pôles convenablement choisis.*

» Ce théorème peut, d'après les résultats indiqués, être complété ainsi :

» *Les pôles de trois séries quelconques sont les foyers de trois courbes algébriques de même classe, appartenant à un même faisceau tangentiel; inversement, les foyers réels et à distance finie d'une courbe de ce faisceau constituent un système de pôles.* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les invariants des équations différentielles.*

Note de M. Appell, présentée par M. Hermite.

« I. Dans une Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie le 20 juin 1887, j'ai indiqué la possibilité d'étendre la théorie des invariants des équations différentielles linéaires et homogènes aux équations *homogènes* mais non *linéaires*. En traitant, à titre d'exemple, le cas le plus simple, à savoir celui d'une équation homogène du second ordre et du second degré de la forme

$$(1) \qquad By'y'' + Cyy'' + Dy'^2 + Eyy' + Fy^2 = 0,$$

j'ai montré que l'on peut ramener cette équation à la forme

$$(3)\qquad \frac{dv}{dx} = \alpha v^3 + \beta v^2 + \gamma v + \delta,$$

puis à la forme réduite

$$(4)\qquad \frac{dw}{d\xi} = w^3 + J,$$

où J est un *invariant absolu*.

» Les équations telles que (3) ont fait l'objet d'une Note que M. R. Liouville a présentée à l'Académie le 6 septembre 1886 et qui avait échappé à mon attention. Dans cette Note, M. R. Liouville indique des cas d'intégrabilité de l'équation (3); sa méthode est fondée sur la considération de certaines fonctions des coefficients de l'équation et de leurs dérivées qui sont des invariants relatifs pour le changement de variable indépendante et le changement de fonction $v = v_1 \varphi(x)$. Celui de ces invariants relatifs qui est désigné dans cette Note par la lettre L n'est autre chose que le numérateur de notre invariant absolu J, de sorte que les deux fonctions L et J s'annulent en même temps.

» Il y a, entre le point de vue auquel s'est placé M. R. Liouville et le nôtre, cette différence que l'invariant absolu que nous appelons J est un invariant, non seulement de l'équation (3), mais aussi de l'équation homogène (1) que nous ramenons à la forme (3). Les coefficients α, β, γ, δ de cette équation (3) sont des fonctions des coefficients B, C, D, E, F de l'équation (1) et de leurs dérivées; l'invariant J est une fonction de ces coefficients B, C, D, E, F et de leurs dérivées, qui ne change pas lorsqu'on fait, dans l'équation (1), un changement de fonction ou de variable. Il est encore à remarquer que les invariants relatifs de l'équation (3) considérés par M. R. Liouville et l'invariant absolu J possèdent la propriété de l'invariance, non seulement pour un changement de fonction de la forme $v = v_1 \varphi(x)$, mais pour le changement plus général

$$(5)\qquad v = v_1 \varphi(x) + \psi(x).$$

» D'après cela, on voit sans peine que les cas d'intégrabilité indiqués par M. R. Liouville sont ceux dans lesquels l'équation (3) peut être transformée en une autre de même forme *à coefficients constants*. En effet, dans les cas en question, ou bien J est constant, et alors l'équation réduite (4) est à coefficients constants, ou bien J est de la forme $k\xi^{-\frac{3}{2}}$, et alors la substitution $w = \xi^{-\frac{1}{2}} w_1$, $\xi_1 = \log\xi$ transforme l'équation réduite (4) en une autre à coefficients constants. Ainsi l'équation dénotée (16) par M. R. Liouville se ramène à la forme

$$\frac{dv}{dx} = 4v^3 - g_2 v - g_3$$

si l'on y fait

$$2\wp u + y\wp' u = 2v, \qquad n\frac{du}{dx} = -\wp' u.$$

» II. L'équation homogène du second ordre et du degré $n > 2$, de la forme spéciale

$$y^{n-1}y'' = a_0 y'^n + a_1 y'^{n-1} y + \ldots + a_n y^n, \tag{6}$$

se ramène immédiatement par la substitution $y' = vy$ à l'équation

$$\frac{dv}{dx} = a_0 v^n + a_1 v^{n-1} + \ldots + (a_{n-2} - 1)v^2 + a_{n-1} v + a_n. \tag{7}$$

» En faisant un changement de fonction de la forme (5), déterminant convenablement $\varphi(x)$ et $\psi(x)$, et choisissant une nouvelle variable indépendante ξ, on ramènera cette équation (7) à la forme réduite

$$\frac{dw}{d\xi} = w^n + J_2 w^{n-2} + J_3 w^{n-3} + \ldots + J_{n-2} w^2 + J_n, \tag{8}$$

caractérisée par ce fait que le coefficient de w^n est égal à l'unité et les coefficients de w^{n-1} et w égaux à zéro. Les quantités $J_2, J_3, \ldots, J_{n-2}, J_n$ sont des invariants absolus de l'équation (7) tant pour le changement de variable que pour le changement de fonction de la forme (5).

» Si ces invariants sont des constantes, l'intégration est immédiate : s'ils sont de la forme

$$J_2 = k_2 \xi^{\frac{2}{1-n}}, \qquad J_3 = k_3 \xi^{\frac{3}{1-n}}, \qquad \ldots, \qquad J_n = k_n \xi^{\frac{n}{1-n}},$$

l'équation peut être ramenée à une équation à coefficients constants par la substitution $w = w_1 \xi^{\frac{1}{1-n}}$, $\xi_1 = \log\xi$. Dans ces deux cas, l'équation homogène (6) est réductible à une équation de même forme à coefficients constants admettant des intégrales particulières de la forme e^{rx}.

» On peut appliquer une méthode analogue aux équations homogènes du type

$$y^{m-n-1}\Phi_n(y, y')y'' = \Psi_m(y, y'),$$

Φ_n et Ψ_m désignant des fonctions homogènes de y et y' de degrés entiers positifs n et m, avec $n < m - 1$. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles linéaires.* Note de M. **Paul Painlevé**, présentée par M. Darboux.

« Comme je l'ai montré dans une Communication précédente (*voir* les *Comptes rendus* du 27 juin), on peut ramener une équation différentielle linéaire et homogène du troisième ordre à la forme

$$(1) \qquad y''' + by' + cy = 0,$$

et si l'intégrale d'une telle équation (où b et c sont rationnels) est algébrique et correspond à un des groupes finis (α) à deux variables, analogues aux groupes du dièdre, une intégrale y_1 est nécessairement de la forme

$$y_1 = \sqrt[3n]{g(x)},$$

où $g(x)$ vérifie une relation $f(g, x) = 0$, du troisième degré en g. Il s'ensuit que le produit des trois valeurs linéairement distinctes de y_1, y_2, y_3 est de la forme

$$y_1 y_2 y_3 = \sqrt[3n]{\frac{M(x)}{N(x)}} = \frac{\Pi(x - x_i)^{\mu_i}}{\Pi(x - X_j)^{\nu_j}}.$$

» Les zéros X_j de $N(x)$ sont nécessairement des points singuliers de l'équation (1); on connaît une limite supérieure de la somme $\Sigma\nu_j$, en même temps qu'une limite supérieure de la différence $\Sigma\mu_i - \Sigma\nu_j$; on en conclut que le nombre des zéros x_i de $M(x)$, pour lesquels μ_i est entier, ne peut dépasser une certaine valeur m, et, en ajoutant à m le nombre des points singuliers de (1), on obtient une limite supérieure M du nombre des points pour lesquels l'intégrale y_1 est infinie ou nulle.

» Ceci posé, soit $\frac{y'}{y} = \eta$; η satisfait à une équation différentielle du second ordre, dont une intégrale η_1 doit vérifier une relation $f_1(\eta_1, x) = 0$, du troisième degré en η_1; d'autre part, les pôles de η_1 sont tous du premier ordre et leur nombre ne peut dépasser M. On déduit de là une limite du degré en x de f_1, et l'on peut reconnaître, par un nombre fini d'opérations, si l'équation en η admet effectivement une telle intégrale. Quand cette condition est satisfaite, on a

$$y_1 = \mathrm{C}e^{\int_{x_0}^{x} \eta_1 dx};$$

la relation $f_1(\eta_1, x) = 0$ peut se décomposer parfois en relations du second et du premier degré en η. Mais, dans tous les cas, à chaque valeur de x, correspondent trois valeurs de y_1, y_2, y_3, linéairement distinctes, et l'intégrale générale de (1) peut s'écrire

$$y = \alpha y_1 + \beta y_2 + \gamma y_3.$$

» Nous arrivons bien ainsi à la conclusion énoncée : *On peut toujours vérifier si l'intégrale de l'équation* (1) *est algébrique, ou ramener l'équation à une quadrature.*

» La méthode employée s'applique à une équation linéaire A d'ordre quelconque; pour simplifier l'écriture, admettons qu'elle soit du quatrième ordre

$$(\mathrm{A}) \qquad y^{\mathrm{iv}} + a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0.$$

» Pour une telle équation, il existe trois invariants du cinquième ordre, où figurent les rapports t, u, v de quatre intégrales distinctes.

» Si l'on pose

$$\mathrm{D}_1 = \begin{vmatrix} t^{\mathrm{iv}} & 4t''' & 6t'' & 4t' \\ u^{\mathrm{iv}} & 4u''' & 6u'' & 4u' \\ v^{\mathrm{iv}} & 4v''' & 6v'' & 4v' \\ t^{\mathrm{v}} & 5t^{\mathrm{iv}} & 10t''' & 5t'' \end{vmatrix}, \qquad \mathrm{D}_2 = \begin{vmatrix} t^{\mathrm{iv}} & 4t''' & 6t'' & 4t' \\ u^{\mathrm{iv}} & 4u''' & 6u'' & 4u' \\ v^{\mathrm{iv}} & 4v''' & 6v'' & 4v' \\ t''' & 3t'' & 3t' & 0 \end{vmatrix},$$

$$\mathrm{D}_3 = \begin{vmatrix} t^{\mathrm{iv}} & 4t''' & 6t'' & 4t' \\ u^{\mathrm{iv}} & 4u''' & 6u'' & 4u' \\ v^{\mathrm{iv}} & 4v''' & 6v'' & 4v' \\ t'' & 2t' & 0 & 0 \end{vmatrix}, \qquad \mathrm{D}_4 = \begin{vmatrix} t^{\mathrm{iv}} & 4t''' & 6t'' & 4t' \\ u^{\mathrm{iv}} & 4u''' & 6u'' & 4u' \\ v^{\mathrm{iv}} & 4v''' & 6v'' & 4v' \\ t' & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

et si l'on appelle $\mathrm{D}'_1, \mathrm{D}'_2, \ldots, \mathrm{D}''_1, \ldots$ les expressions obtenues en permutant t, u, v dans les précédentes, les trois invariants $\mathrm{I}_1, \mathrm{I}_2, \mathrm{I}_3$ sont donnés par trois équations

$$\begin{aligned} D_1 + I_1 D_2 + I_2 D_3 + I_3 D_4 &= 0, \\ D'_1 + I_1 D'_2 + I_2 D'_3 + I_3 D'_4 &= 0, \\ D''_1 + I_1 D''_2 + I_2 D''_3 + I_3 D''_4 &= 0. \end{aligned}$$

En fonction des coefficients a_0, a_1, a_2, a_3, ces invariants s'expriment de la manière suivante :

$$I_1 = \frac{a_3^2}{4} - \frac{2}{3} a_2 + a'_3,$$

$$I_2 = -\frac{3}{16} a_3^3 + \frac{3}{4} a_3 a_2 - \frac{3}{2} a_1 - \frac{3}{4} a_3 a'_3 + a'_2,$$

$$I_3 = \frac{3}{32} a_3^4 - \frac{1}{2} a_3 a_2 + a_3 a_1 + \frac{1}{3} a_2^2 - 4 a_0 + \frac{1}{4} a_3^2 a'_3 - \frac{1}{2} a_3 a'_2 - \frac{1}{2} a'_3 a_2 + a'_1.$$

On trouve, comme pour le troisième ordre, que

$$y = C \begin{vmatrix} t' & u' & v' \\ t'' & u'' & v'' \\ t''' & u''' & v''' \end{vmatrix}^{-\frac{1}{4}} \times e^{-\frac{1}{4}\int_{x_0}^{x} a\,dx}.$$

On peut toujours vérifier si l'intégrale de l'équation (A) correspond à un groupe donné. Si le groupe de l'équation doit être un des groupes analogues aux groupes du diédre, une intégrale est de la forme $\sqrt[n]{g(x)}$, où $g(x)$ est définie par une équation du quatrième degré en g, et l'équation se ramène à une quadrature. Il est à présumer que tous les groupes finis à trois variables, dont l'indice est indéterminé, rentrent dans les précédents.

» Les systèmes d'équations aux dérivées partielles, que j'ai considérés dans une Note précédente (*Comptes rendus* du 31 mai), se ramènent aux équations différentielles. Mais on peut les étudier directement de la même manière. Soit un système

$$(S) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} &= a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} + cz, \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y} &= a' \frac{\partial z}{\partial x} + b' \frac{\partial z}{\partial y} + c'z, \\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} &= a'' \frac{\partial z}{\partial x} + b'' \frac{\partial z}{\partial y} + c''z, \end{aligned} \right.$$

où les conditions d'intégrabilité sont remplies. On trouve, en conservant la même notation, que

$$z = \left(\frac{\partial t}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial t}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial x}\right)^{-\frac{1}{3}} e^{\frac{1}{3}\int (a+b')\,dx+(a'+b'')\,dy}.$$

Le raisonnement s'achève comme précédemment. J'ajoute que la recherche des cas où l'intégrale de (S) est algébrique rentre dans le problème plus général de la transformation de ces systèmes. Soit Σ un second système analogue à S, où figure la fonction $\zeta(\xi, \eta)$: on peut toujours passer de S à Σ (si les conditions d'intégrabilité sont également satisfaites pour Σ) par une transformation

$$x = f(\xi, \eta), \qquad y = \varphi(\xi, \eta), \qquad z = \varpi(\xi, \eta)\zeta\,;$$

f et φ vérifient un système de quatre équations du second ordre qui se trouve formé dans la Note déjà citée, et $\frac{\partial \varpi}{\partial \xi}$, $\frac{\partial \varpi}{\partial \eta}$ sont connus, quand f et φ sont déterminés. Ces remarques s'étendent sans peine aux systèmes analogues à S où figurent un plus grand nombre de variables. »

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les explosions au sein des liquides.* Note de M. G. **Robin**, présentée par M. Darboux.

« La solution du problème d'Hydrodynamique qui fait l'objet de cette Note repose sur le principe suivant, qui contient toute la théorie des percussions :

» Étant donné un système actionné par des percussions connues P, si l'on désigne par p l'excès géométrique de la vitesse du point de masse m après la percussion sur sa vitesse avant la percussion, la quantité

$$\tfrac{1}{2}\Sigma m p^2 - \Sigma \mathrm{P} p \cos(\mathrm{P}, p)$$

doit être un minimum.

» Soit maintenant un liquide en repos, limité par des surfaces libres et des parois fixes. Dans ce liquide homogène de densité μ plonge ou flotte un corps solide libre dont nous désignerons la surface immergée par S. Une sphère de rayon infiniment petit R éclate au sein du liquide avec une intensité de percussion $\frac{\mu m}{\mathrm{R}}$ uniforme en tous les points de sa surface σ.

» On demande : 1° la vitesse (u, v, w, p, q, r) imprimée au corps solide par l'explosion ; 2° la percussion $\mu\Phi$ en tout point du liquide.

» On sait que Φ satisfait à l'équation potentielle $\Delta\Phi = 0$ et que la vitesse en un point (x, y, z) du fluide a pour composantes $-\frac{\partial\Phi}{\partial x}, -\frac{\partial\Phi}{\partial y}, -\frac{\partial\Phi}{\partial z}$.

» Représentons par n et N les normales extérieures à la petite sphère σ et au solide S, par T_1 la demi-force vive du solide, par T celle du liquide donnée par la formule

$$\text{(1)} \qquad T = -\frac{\mu}{2}\left(\int_S \Phi \frac{d\Phi}{dN} dS + \int_\sigma \Phi \frac{d\Phi}{dn} d\sigma\right).$$

» Il s'agit de rendre minimum l'expression

$$\text{(2)} \qquad T_1 + T + \frac{\mu m}{R}\int_\sigma \frac{d\Phi}{dn} d\sigma.$$

» On peut poser

$$\text{(3)} \qquad \Phi = \varphi + \psi,$$

ψ étant le potentiel des vitesses qui résulterait de l'explosion si le solide était fixe, et

$$\text{(4)} \qquad \varphi = \varphi_1 u + \varphi_2 v + \varphi_3 w + \varphi_4 p + \varphi_5 q + \varphi_6 r$$

le potentiel qui donnerait la vitesse du liquide si l'on imprimait directement au solide la vitesse inconnue (u, v, w, p, q, r).

» Si, dans les expressions (1) et (2), on remplace Φ par sa valeur (3), qu'aux environs du centre d'explosion on développe ψ en une série de fonctions sphériques $\frac{m}{R} + Y_0 + Y_1 R + \ldots$, et que l'on pose

$$\text{(5)} \qquad T_1 - \frac{\mu}{2}\int_S \varphi \frac{d\varphi}{dN} dS = \varpi,$$

l'expression à rendre minimum prendra la forme

$$\text{(6)} \qquad \varpi - \frac{\mu}{2}\left(\frac{4\pi m^2}{R} - 4\pi m Y_0 - 4\pi m\varphi + \int_S \psi \frac{d\varphi}{dN} dS\right).$$

(On voit que ϖ est une forme quadratique des six inconnues u, v, w, p, q, r.)

» Le théorème de Green, appliqué aux deux fonctions φ et ψ, donne

$$4\pi m\varphi = -\int_S \psi \frac{d\varphi}{dN} dS,$$

relation qui se décompose en six autres

$$(7)\quad \left\{\begin{aligned} 4\pi m\varphi_1 &= -\int_S \psi\cos(N,x)\,dS, & 4\pi m\varphi_4 &= -\int_S \psi[y\cos(N,z)-z\cos(N,y)]\,dS,\\ 4\pi m\varphi_2 &= -\int_S \psi\cos(N,y)\,dS, & 4\pi m\varphi_5 &= -\int_S \psi[z\cos(N,x)-x\cos(N,z)]\,dS,\\ 4\pi m\varphi_3 &= -\int_S \psi\cos(N,z)\,dS, & 4\pi m\varphi_6 &= -\int_S \psi[x\cos(N,y)-y\cos(N,x)]\,dS,\end{aligned}\right.$$

où les valeurs de φ_1, φ_2, φ_3, φ_4, φ_5, φ_6 se rapportent au centre d'explosion.

» Ces six relations montrent que la connaissance de la seule fonction ψ, pour toutes les positions possibles du centre d'explosion, suffirait pour résoudre complètement le problème proposé. Inversement, si l'on cherche seulement la vitesse imprimée au solide, sans se préoccuper du mouvement du liquide, elles permettent d'éliminer ψ. Les six inconnues u, v, w, p, q, r sont données par six équations du premier degré dont les coefficients ne dépendent que de φ_1, φ_2, φ_3, φ_4, φ_5, φ_6

$$(8)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{1}{\mu}\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial u} &= -4\pi m\varphi_1, & \frac{1}{\mu}\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial v} &= -4\pi m\varphi_2, & \frac{1}{\mu}\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial w} &= -4\pi m\varphi_3,\\ \frac{1}{\mu}\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial p} &= -4\pi m\varphi_4, & \frac{1}{\mu}\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial q} &= -4\pi m\varphi_5, & \frac{1}{\mu}\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial r} &= -4\pi m\varphi_6.\end{aligned}\right.$$

» J'ai fait l'application de cette théorie à l'ellipsoïde et au disque elliptique flottants. J'indiquerai seulement ici les résultats relatifs à une sphère solide de rayon a, à demi immergée dans un liquide pesant qui remplit la moitié de l'espace, le centre d'explosion se trouvant à une profondeur h sur la verticale Oz abaissée du centre O de la sphère. On a visiblement $u = v = p = q = r = 0$, et l'on trouve

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} w &= \frac{2m}{h^2}, \qquad \varphi = -\frac{m}{2}\frac{a^3}{\rho^3}\frac{z}{h^2},\\ \psi &= \frac{m}{a}\left\{\begin{aligned} &\frac{a}{r}+\frac{h'}{r'}-\frac{1}{4}\log\frac{r'-z+h'}{\rho-z}\\ -&\frac{a}{r_1}-\frac{h'}{r'_1}+\frac{1}{4}\log\frac{r'_1+z+h'}{\rho+z}\end{aligned}\right\} \quad (hh'=a^2),\end{aligned}\right.$$

ρ, r, r', r_1, r'_1 désignant les distances d'un point quelconque du liquide respectivement au centre de la sphère, au centre d'explosion, au conjugué du centre d'explosion par rapport à la sphère, au symétrique du centre d'explosion par rapport à la surface libre et au conjugué de ce dernier point par rapport à la sphère.

» On voit que la vitesse w avec laquelle la sphère est projetée est indépendante du rayon.

» Les parois planes fixes produisent des effets de répercussion que l'on peut calculer à l'aide du principe des images. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la nature des phénomènes électrocapillaires.*

Note de M. **Vaschy**, présentée par M. A. Cornu.

« On sait que la tension superficielle A de deux liquides au contact est liée à leur différence de potentiel x par la relation

$$-\frac{d^2A}{dx^2} = C, \tag{1}$$

C désignant la capacité de polarisation voltaïque de la surface de contact, comme l'a montré M. Lippmann grâce à certaines hypothèses. C étant constant dans d'assez larges limites, la relation (1) donne par intégration

$$A = A_m - \tfrac{1}{2}C(x - x_0)^2, \tag{2}$$

A_m et x_0 étant des constantes. On interprète cette formule en admettant que $(x - x_0)$ représente la différence vraie de potentiel V au contact, et que A_m est la tension superficielle due aux actions moléculaires, les actions électriques ayant pour effet de la réduire de la valeur

$$\tfrac{1}{2}CV^2 = -A_e. \tag{3}$$

» On peut retrouver ces résultats par la méthode suivante. Soient deux feuillets magnétiques S_1 et S_2 tels, que la variation brusque de potentiel existant à la surface de chacun d'eux soit égale à V. Leur action réciproque se calculera comme celle de deux courants, d'intensité $i = \frac{V}{4\pi}$, qui suivraient leurs contours dans le sens indiqué par la règle d'Ampère. Cette action est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle à V^2, que les feuillets soient constitués par des couches magnétiques réelles, ou que la variation V de potentiel soit due à toute autre cause. Cela est vrai à la limite lorsque les contours Σ_1 et Σ_2 se rapprochent indéfiniment et viennent se confondre en un seul Σ, les feuillets S_1 et S_2 formant ainsi deux parties contiguës et raccordées d'un feuillet unique S. Comme, d'après la règle d'Ampère, les courants $i = \frac{V}{4\pi}$, infiniment rapprochés, sont de sens contraires, ils se repoussent. Il en résulte que deux parties contiguës d'une surface S, sur laquelle existe une variation brusque de potentiel V, exercent l'une sur l'autre une répulsion qui, par unité de longueur de la ligne de séparation Σ, sera de la forme $\frac{1}{2}CV^2$, C étant une constante aux divers points de la surface si l'état de celle-ci est uniforme. Ceci s'appliquera évidemment au cas où V est une différence de potentiel électrique et où S est la surface de contact de deux corps quelconques.

» On peut aller plus loin et calculer le coefficient C en introduisant une hypothèse, savoir que la surface S possède une épaisseur ε extrêmement faible et que la variation V de potentiel se produit d'une manière continue et uniforme dans l'épaisseur ε. On trouve alors $C = \frac{1}{8\pi k\varepsilon}$, k désignant le coefficient de la formule fondamentale d'Électrostatique; et C ne serait autre chose que la capacité de polarisation voltaïque.

» L'hypothèse précédente revient du reste à considérer les deux corps au contact comme formant un condensateur, dont la lame diélectrique aurait une épaisseur ε. Si l'on considère, sur les deux corps respectivement, les bases σ et σ' d'un tube de force, soumises aux pressions électriques opposées $p\sigma$ et $p'\sigma'$, l'ensemble de ces deux éléments subira une poussée égale à $(p\sigma - p'\sigma')$ dans le sens de σ vers σ', c'est-à-dire vers la convexité de la surface de contact, si $\sigma' > \sigma$. La courbure de la surface étant $\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$, on trouve, tous calculs faits, pour la poussée par unité de surface, en remarquant que $p\sigma^2$ est égal à $p'\sigma'^2$,

$$\frac{p\sigma - p'\sigma'}{\sigma} = p\varepsilon\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = \frac{V^2}{8\pi k\varepsilon}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

On conclut de là, par une démonstration connue, l'existence d'une tension superficielle négative égale à

$$A_e = -\frac{V^2}{8\pi k\varepsilon} = -\frac{1}{2}CV^2,$$

ce qui confirme le résultat trouvé plus haut.

» La considération de l'épaisseur ε, quoique hypothétique, s'impose par raison de continuité, la variation V ne devant pas être absolument brusque. L'expérience montre que ε varie peu avec V, malgré les énormes pressions électrostatiques qui attirent les deux corps l'un vers l'autre (exemple : $\varepsilon = \frac{1^{\text{mm}}}{34000000}$, $p = 52000^{\text{atm}}$ pour $V = 1^{\text{volt}}$). Toutefois, il n'y a pas de raison pour que l'épaisseur ε soit uniforme ; au contraire, elle doit être irrégulière, en raison de la discontinuité des molécules.

» En s'affranchissant de l'hypothèse de l'uniformité de l'épaisseur ε, on arrive à un résultat remarquablement simple. Considérons un tube de force limité, comme précédemment, aux bases σ et σ'. Dans la théorie des actions de proche en proche, ce tube ne subit sur ses bases aucune action de la part des corps conducteurs, dont les potentiels sont constants ; mais il est soumis sur ses faces latérales à une pression, que nous désignerons par P par unité de longueur du périmètre de base. Cette pression ou répulsion est exercée par les tubes de force contigus, suivant les idées de Faraday et de Maxwell. *La tension superficielle négative* A_e, *due à la différence de potentiel de deux corps au contact, ne serait donc autre chose que la pression transversale développée dans le diélectrique interposé entre les deux corps*. Si ε était constant, on retrouverait la formule $P = \frac{V^2}{8\pi k \varepsilon}$. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le camphol racémique et certains de ses dérivés.* Note de M. **Alb. Haller**, présentée par M. Pasteur.

« Dans ma dernière Communication sur les camphols [1], j'ai fait remarquer certaines anomalies observées dans les points de fusion du camphre monobromé et de l'acide camphorique, dérivés du camphol de succin. J'ai, de plus, appelé l'attention sur les difficultés que présente la préparation de ce composé bromé.

» Ces anomalies m'ont d'abord fait supposer que le camphol de succin était un isomère chimique des autres camphols, et ce n'est qu'à la suite des recherches que je vais avoir l'honneur d'exposer à l'Académie que je suis arrivé à une conclusion différente.

» Pour résoudre la question, j'ai préparé le camphol, le camphre, son dérivé monobromé et l'acide camphorique inactifs par compensation. Les trois derniers composés ont été obtenus de deux manières différentes : 1° en mélangeant parties égales du droit et du gauche ; 2° en partant d'un camphol racémique, l'oxydant pour obtenir du camphre dont une partie a ensuite été transformée en camphre monobromé, tandis que l'autre a été oxydée au moyen de l'acide azotique pour arriver à l'acide camphorique.

---

[1] *Comptes rendus*, t. CIV, p. 68.

» La préparation du camphre et de l'acide camphorique par ce dernier procédé se fait sans difficulté. Il n'en est pas de même du dérivé bromé. Quand on traite le camphre racémique par la quantité théorique de brome, en se plaçant dans les mêmes conditions qu'avec le camphre droit ou gauche, on n'obtient qu'une masse butyreuse difficile à purifier. Le rendement est, en outre, inférieur à celui qu'on obtient avec les corps droit ou gauche. On a eu beau varier le mode opératoire, le résultat est resté le même. Ainsi, nous basant : 1° sur les recherches de MM. Berthelot et Jungfleisch (¹), relatives aux chaleurs de dissolution des acides tartrique et racémique, recherches desquelles ces savants concluent qu'il paraît probable qu'en dissolution étendue l'acide racémique se trouve dédoublé en acide droit et gauche ; 2° sur les déterminations cryoscopiques que, sur l'invitation de M. Bichat, M. Raoult (²) a bien voulu faire sur les mêmes acides, déterminations qui le conduisent aux mêmes conclusions ; 3° sur des mesures de conductibilité électrique exécutées par M. Bichat (³) sur ces mêmes corps, et dont les résultats l'amènent également aux conclusions énoncées ci-dessus ; 4° enfin, sur l'analogie qui existe entre ces racémiques et ceux que nous étudions, nous avons fait réagir le brome sur une solution *chloroformique de camphre racémique*. Malgré cette modification apportée à notre mode opératoire, nous obtenions toujours, comme produit final de la réaction, une masse onctueuse difficile à purifier et relativement pauvre en camphre monobromé racémique.

» Ce fait n'est d'ailleurs pas unique ; on sait en effet que, lorsqu'on veut préparer directement et non par mélange certains dérivés racémiques, on se heurte à des difficultés qui souvent sont insurmontables. M. Piuti, dans ses recherches sur l'asparagine, a essayé de faire la synthèse d'une asparagine inactive par compensation en traitant l'éther aspartique inactif par de l'ammoniaque. Ses tentatives ont échoué et cependant il a obtenu facilement une asparagine active en partant d'un éther aspartique actif.

» Quoi qu'il en soit de ces particularités si intéressantes, nous allons,

---

(¹) *Comptes rendus*, t. LXXVIII, p. 711.

(²) *Zeitschrift für physikalische Chemie*, 4ᵉ Heft, 1887. *Comptes rendus*, t. CIII, p. 137.

(³) Ces recherches sont encore inédites. M. Bichat a bien voulu nous en communiquer les résultats.

dans le Tableau ci-dessous, donner les points de fusion des dérivés obtenus par les deux méthodes signalées plus haut et nous allons les comparer aux points de fusion des mêmes dérivés droits ou gauches.

Dérivés.	Préparés par mélange. Points de fusion.	Préparés en partant d'un camphol racémique. Points de fusion.
Camphol racémique	210,3	
Camphre racémique	178,6	178,8
Camphre monobromé racémique	51,1	51,1
Acide camphorique	204,8	205,2

	Points de fusion.
Camphol droit ou gauche	208° à 210°
Camphol droit ou gauche	177 à 178
Camphre monobromé droit ou gauche	76
Acide camphorique droit ou gauche	187

» Ces points de fusion montrent d'abord que les racémiques obtenus par les deux procédés sont identiques; en second lieu, qu'il existe une différence très grande entre les points de fusion des acide camphorique et camphres monobromés racémiques et ceux des droits ou gauches correspondants.

» Il convient encore de remarquer que la solubilité n'est pas la même. Le camphre monobromé racémique est beaucoup plus soluble dans l'alcool que l'analogue droit ou gauche. Pour l'acide camphoracémique, c'est l'inverse qui a lieu, comme l'a d'ailleurs déjà démontré M. Chautard.

» Les données qui précèdent nous autorisent maintenant à considérer avec certitude le camphol de succin comme un mélange de camphol droit et de camphol gauche, où le premier domine.

» Nous continuons cette étude des racémiques dérivés des camphres et espérons pouvoir sous peu en communiquer les résultats à l'Académie. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la synthèse de la pilocarpine.* Note de MM. **Hardy** et **Calmels**, présentée par M. Troost.

« La synthèse de la pilocarpine a été obtenue en partant de l'acide β-pyridino α-lactique. Elle a lieu en deux phases :

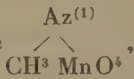
» 1° Transformation de l'acide β-pyridino α-lactique en pilocarpidine.

» 2° Transformation de la pilocarpidine en pilocarpine.

» 1° *Transformation de l'acide β-pyridino α-lactique en pilocarpidine.* — Sur 1^{gr} d'acide β-pyridino α-lactique on mit 100^{gr} de sulfure de carbone contenant 10^{gr} de $PhBr^3$ et l'on soumit à la distillation. Le résidu rouge vif fut traité par l'eau, et la liqueur fauve obtenue, saturée par l'hydrate de baryte, dont on enleva l'excès par un courant d'acide carbonique, fut amenée à sec à une température ne dépassant pas 60°. Le résidu, purifié plusieurs fois par l'alcool, fut mis en présence de HBr et $AuCl^3$ et fournit une solution rouge vif, abandonnant par la dessiccation des agrégats de paillettes cramoisies plus solubles dans l'alcool que dans l'eau, et qu'il suffit de laver à l'eau pour les priver complètement de baryum. Le dosage du brome et celui de l'or furent exécutés sur une petite quantité de matière. Ils firent reconnaître le bromaurate normal de l'acide β-pyridine α-bromopropionique $AuBr^4H, C^8H^8BrAzO^2$. Tout le reste du sel d'or servit à la préparation de l'acide. On traita le sel d'or par H^2S au sein de l'alcool. On obtint un résidu sirupeux d'acide libre, qui fut alors dissous dans une solution de triméthylamine, et le tout fut enfermé dans un tube scellé et chauffé progressivement au bain d'huile à 150° pendant quelques heures. Le contenu du tube fut amené à sec et le résidu, repris par une solution aqueuse de carbonate de potasse, laissa surnager quelques gouttes huileuses d'alcaloïde qu'on recueillit par l'alcool éthéré et qu'on purifia par le charbon. L'étude du sel d'or modifié obtenu avec cette base montre qu'on est en présence du chloraurate modifié de pilocarpidine $AuCl^3(C^{10}H^{14}Az^2O^2)$ fusible à 144°, contenant seulement quelques traces de pilocarpine.

» 2° *Transformation de la pilocarpidine en pilocarpine.* — Cette réaction offre de l'intérêt parce qu'il faut rendre un seul des azotes tertiaires de la pilocarpidine, l'azote extra-pyridique, pentavalent par l'addition d'un méthylhydrate (place 2), et maintenir tertiaire l'azote pyridique (place 1). La pilocarpidine, maintenue en solution alcoolique avec CH^3I en excès à 60°, en absorbe rapidement une seule molécule, et le résultat n'est pas différent quand on chauffe à 100° cette même solution. L'iodométhylate difficilement cristallisable, traité successivement par $AuCl^3$, fournit un précipité huileux, jaune pâle, cristallisant du jour au lendemain en un magma de grandes aiguilles prismatiques enchevêtrées, fusibles à 152°-153° $(AuCl^4CH^3, C^{10}H^{14}Az^2O^2)$. Une seule fusion suffit pour lui faire perdre CH^3Cl. On abandonne à la cristallisation. Le produit fond à 144°, point de fusion du chloraurate modifié de pilocarpidine.

» La pilocarpidine en solution méthylique concentrée, employée pour ne pas laisser trop élever la température additionnée d'un excès de CH^3I, puis peu à peu de KOH en fragments, absorbe CH^3I (place 1) et CH^3, OH (place 2). L'iodométhylate est obtenu en traitant la liqueur par CO^2 et en récupérant la couche alcoolique surnageante. Il est identique à celui obtenu en faisant absorber CH^3I à la pilocarpine en solution alcoolique à 60°. Le méthylhydrate de pilocarpidine obtenu par AgOH et l'iodométhylate correspondant, porté à l'ébullition au sein de l'eau, fournit de la pilocarpidine. Il a été impossible d'enlever nettement CH^3, OH (1) et laisser en place le méthylhydrate (2). Pourtant l'enlèvement du méthylhydrate (1) précède l'enlèvement du méthylhydrate (2); car, dans les réactions incomplètes, on peut séparer de petites quantités de pilocarpine de la masse de pilocarpidine formée.

» Ces méthodes n'ayant pas conduit au résultat cherché, on a eu recours à l'oxydation pour détruire exclusivement le méthylhydrate (1). Pour la limiter à ce point, on a choisi comme moyen d'oxydation le permanganate d'argent. Par sa réaction sur l'iodométhylate de pilocarpidine, il engendre un groupe instable  $\overset{Az^{(1)}}{CH^3 \diagup \diagdown MnO^4}$, se détruisant lui-même à l'exclusion des autres éléments de la pilocarpidine. L'iodométhylate en solution aqueuse est additionné de permanganate d'argent jusqu'à la précipitation de la plus grande partie de l'iode. L'oxydation est instantanée et il ne reste plus en solution que de l'acide formique et de la pilocarpine. En récupérant par l'alcool la pilocarpine détachée de l'eau par CO^3K en poudre, celle-ci fournit un chloraurate $AuCl^3C^{11}H^{16}AzO^2$ fusible à 88°, comme celui préparé directement avec la pilocarpine naturelle.

» Remarquons, en terminant, qu'on observe fréquemment des sels gommeux avec les divers produits obtenus dans la synthèse de la pilocarpidine et de la pilocarpine, et surtout avec le mélange de la pilocarpidine et de la pilocarpine, fait déjà entrevu par MM. Harnack et Meyer pour la pilocarpine naturelle. Ce phénomène, à peu près limité aux sels d'or, diffère de la production de la jabonine, et consiste seulement en une modification physique qui se produit quand on chauffe au-dessous de 100°, température insuffisante pour les modifier chimiquement. Il est donc fort différent de la production chimique de la jabonine. Le traitement au noir animal, le séjour dans la glace, la précipitation lente en solution étendue, surtout en présence d'acide azotique qui retarde la précipitation, ramènent l'état cristallin primitif.

» Nous avons complété cette étude par quelques expériences physiologiques dont voici le résultat : 1° une canule ayant été introduite dans le conduit sécréteur de la glande sous-maxillaire d'un chien, nous avons vu se produire, à la suite d'une injection intra-veineuse d'une petite quantité de pilocarpine de synthèse, un écoulement très abondant et persistant de salive, en tout semblable à ce que donne la pilocarpine naturelle.

» 2° Quelques gouttes versées sur le cœur d'une grenouille préalablement mis à nu en arrêtent les mouvements, qui reparaissent sous l'influence d'un peu de solution d'atropine. »

ZOOLOGIE. — *Faune malacologique de l'étang de Berre*. Note de M. **A.-F. Marion**, présentée par M. Blanchard.

« Les diverses espèces de Mollusques de l'étang de Berre donnent, aussi bien que les Poissons, par leur physionomie propre et par leur mode d'association un cachet spécial à cette région marine. Partout, depuis le goulet d'entrée jusqu'au fond de l'étang, les parties émergées du littoral sont habitées par la vulgaire *Littorina neritoides* L. Dans les stations les plus éloignées de la « grande mer » on trouve sur le bord *Truncatella truncatula* Dr., *Alexia myosotis* Dr., et dans les eaux le moins salées le *Paludestrina acuta* Dr.

» Les espèces immergées sont plus étroitement parquées. L'étang de Caronte, faisant communiquer l'étang de Berre avec la mer, possède quelques Mollusques qui ne pénètrent pas plus loin. Sur les pierres qui bordent le front des Bordigues de Navillon et de Canal-Vieil, vers Port-de-Bouc, la *Patella cœrulea* L. prospère encore dans des eaux qui souvent ne marquent que 2° B., qui peuvent même descendre à une densité inférieure sous l'influence des courants du Rhône, mais qui quelquefois en été atteignent et dépassent 3° B. Sur le fond vaseux du canal maritime on drague, associés au *Mytilus galloprovincialis* Lmk, au *Nassa reticulata* L., au *Cyclonassa neritea* L., aux *Tapes aureus* Gml et *petalinus* Lmk, des *Philine aperta* Lmk, de très petits *Murex erinaceus* Kol. et quelques *Turritella communis* Risso. Ces trois Gastéropodes arrivent dans Caronte à l'extrême limite de leur aire de dispersion.

» On doit distinguer dans l'étang de Berre proprement dit quatre stations différentes : une zone littorale dans les endroits rocheux et couverts d'herbes, une région des plages sableuses basses, les prairies de zostères qui de la côte s'étendent jusqu'à 5^m ou 6^m, enfin les fonds sablo-vaseux du milieu de l'étang de 5^m à 10^m.

» La zone littorale ordinaire est surtout riche dans les environs de Martigues; on y trouve : *Mytilus galloprovincialis* Lmk, *Trochus adriaticus* Ph., *Rissoa lineolata* Mich., *Rissoa oblonga* Desm., *Cyclonassa neritea* L., *Loripes lacteus* Leach, *Cardium exiguum* Gml., *Chiton marginatus* Penn. A mesure qu'on se rapproche du fond de l'étang, où les eaux diminuent considérablement de salure, le *Chiton* disparaît ainsi que le *Trochus*, tandis que les *Cyclonassa* et les *Rissoa oblonga* se multiplient davantage et que la *Syndosmya alba* S. Wood. se manifeste.

» Sur les plages sableuses, le *Cyclonassa* persiste, mais subordonné aux Lamellibranches : *Corbulomya mediterranea* da Costa, *Tellina exigua Bourguignati* Locard, *Syndosmya ovata* Ph., *Cardium Lamarckii* Reeve.

» Les prairies de *Zostera marina*, qui couvrent de grands espaces le long de la côte, offrent partout une physionomie uniforme. Le *Mytilus galloprovincialis* s'y montre, mais en petites quantités; au contraire, la petite espèce *Mytilus cylindraceus* Requien, appelée *musclé fer* par les pêcheurs, devient très abondante. Les *Rissoa oblonga* de grande taille dominent aussi jusque dans les eaux presque douces. On reconnaît encore : *Cardium exiguum* Gml., *Bittium paludosum* Monteros., *Cyclonassa neritea* L., *Nassa reticulata* L., *Rissoa lineolata* Mich.

» Les fonds sablo-vaseux qui succèdent à ces « herbiers » et qui forment le centre de l'étang, depuis 5^m jusqu'à 10^m, sont les plus remarquables, à cause des bancs épais de *Mytilus galloprovincialis* qui les occupent. Ces bancs de Moules, exploités depuis des siècles, se maintiennent malgré une pêche intensive et contre les effets défavorables de la stagnation et du dessalement des eaux qui se produisent de temps à autre. Ces causes de dépopulation, auxquelles nos Moules résistent et qui sont la conséquence des atterrissements de Caronte et de Port-de-Bouc, ont été funestes à deux bivalves qui, autrefois, prospéraient dans l'étang, dont les valves corrodées se montrent à chaque coup de drague et que l'on retrouve parmi les débris de cuisine des stations gallo-romaines sises sur les bords de la lagune. Ces deux Lamellibranches sont le *Pecten glaber* L. et le *Modiola adriatica* Lmk. On peut encore remarquer que l'*Ostrea edulis* est à peu près dans les mêmes conditions, bien que quelques exemplaires vivants existent encore dans l'étang, principalement vers Martigues et dans Caronte. Au milieu des bancs de Moules et quelquefois aussi en dehors d'eux, dans des espaces plus sableux, se montrent les espèces suivantes : *Gastrana fragilis* L., *Loripes lacteus* Leach, *Cardium Lamarckii* Reeve, *Mytilus cylindraceus* Requien, *Tapes aureus* Gml., *Tapes petalinus* Lmk, *Tapes texturatus* Lmk, *Bittium* *paludosum* Monter., *Nassa reticulata* L., *Corbula gibba* Olivi, *Rissoa oblonga* Desm., *Cyclonassa neritea* L.

» Parmi ces divers Mollusques, le *Mytilus galloprovincialis* seul donne quelque produit aux pêcheurs qui, sans s'occuper d'aucune culture, draguent les bancs naturels. Les quantités recueillies ainsi chaque année dans tout l'étang de Berre atteignent 716000kg, et cependant cette récolte ne laisse que de faibles bénéfices aux matelots.

» Le prix moyen d'achat aux pêcheurs ne dépasse pas 0fr,05 le kilogramme, et, comme la récolte se rapporte à environ quatre-vingts bateaux, la part de chacun est réellement infime et ne compense guère les fatigues, souvent rudes, de la drague ou du râteau. Il est juste de dire que ces Moules sont maigres. Elles s'améliorent notablement lorsqu'elles sont établies à la surface et non plus sur les fonds stagnants. Il est fâcheux que les expériences de culture sur des fascines et sur des cordes en fibres de coco, dont les bons résultats ont été reconnus, n'aient point décidé les pêcheurs à pratiquer en grand des travaux de ce genre. La mytiliculture peut devenir une industrie florissante et peu pénible dans l'étang, où les jeunes Moules recouvrent absolument tous les corps immergés au moment de la reproduction, en mars, avril, mai, et où la croissance de ces mollusques est très rapide.

» Il faut ajouter que, malgré l'insuccès de certains essais peu méthodiques, l'élevage des huîtres pourrait être entrepris avec des soins spéciaux dans quelques stations, principalement vers l'ouverture du goulet de Caronte. »

PALÉONTOLOGIE. — *Sur l'origine des Bilobites striés.*

Note de M. **Ed. Bureau.**

« On rencontre parfois des Bilobites qui semblent sortir brusquement du grès, forment de ce côté une saillie plus ou moins forte, puis diminuent graduellement d'épaisseur, comme s'ils se disposaient à rentrer très obliquement dans la roche par leur autre bout. Dans ce cas, sur le moulage en creux, on voit distinctement que la partie postérieure de la piste, celle qui a été tracée la première et qui a commencé brusquement, est rayée de sillons presque transversaux, tandis que plus loin, à mesure qu'on avance vers la partie antérieure, les sillons reprennent graduellement une direction oblique, ou, plus rarement, longitudinale.

» Comment expliquer cette disposition, que j'ai observée dans tous les cas où j'ai pu voir le commencement abrupt d'une piste?

» La manière dont la piste commence montre que l'animal, pendant qu'il nageait, a dû rencontrer le sol sous un angle très ouvert, ou même presque droit; il se lançait donc, si je puis ainsi dire, tête baissée vers le fond de l'eau. C'est l'allure de tous les animaux nageurs qui cherchent leur nourriture sur ou dans la vase. Les innombrables traces d'Annélides qui accompagnent les Bilolites, Annélides qui pouvaient offrir à un animal carnassier une abondante pâture, sont là pour nous indiquer à quel genre de chasse l'être qui a produit les pistes en question pouvait se livrer. Or un animal nageur qui veut atteindre le fond de l'eau, à quelque classe qu'il appartienne, doit porter ses membres natatoires aussi en dehors que possible, et tendre à les amener dans un plan longitudinal passant au milieu de l'épaisseur du corps, du côté droit au côté gauche. Le corps est ainsi poussé en ligne droite. Plus les mouvements se produisent en avant de ce plan, et plus au contraire le corps a de tendance à basculer et à remonter à la surface. L'animal des Bilobites n'a pas échappé à ces conditions mécaniques de la nage : il a porté, pour plonger, ses membres très en dehors, a écarté autant qu'il pouvait leur extrémité de la ligne médiane du corps, et il est clair que, dans ces mouvements, en rencontrant le sol, il devait tracer des stries presque transversales; mais bientôt la résistance offerte par la vase l'obligeait à changer de direction, à revenir à son allure habituelle, et alors les sillons tracés devaient reprendre peu à peu l'obliquité ordinaire. C'est précisément ce qu'on voit sur les pistes reproduites au moyen du moulage en plâtre. J'ai pu facilement observer ces faits sur plusieurs *Cruziana furcifera* de Bretagne et sur un *C. Vilanovæ* d'Almaden.

» C'est sur le moulage du *C. Goldfussi* qu'on peut le mieux étudier un détail très important d'organisation : je veux parler d'un sillon correspondant à une saillie marginale du Bilobite et tracé, d'après M. Nathorst, sur le sol ancien, par le bord d'une carapace. Le moule en plâtre montre ce sillon de la manière la plus nette et donne la preuve qu'il est formé par un organe différent de celui qui a tracé les stries obliques; car on le voit couper et effacer ces stries près de leur extrémité extérieure; quelques-unes, presque oblitérées, se reconnaissent encore en dehors du sillon. L'explication donnée par M. Nathorst paraît donc bien exacte. On peut même s'assurer que la carapace traînait sur le sol en arrière des pattes les plus longues, de celles qui ont laissé leur empreinte.

» Pour l'étude de cette carapace, les moulages faits sur les Bilobites les plus saillants sont particulièrement instructifs. Le plâtre montre alors que cette saillie répond aux cas où l'animal s'est enfoncé profondément dans la vase en creusant une sorte de fossé. Sur un moulage remarquable, exécuté par M. Stahl, on voit sur le bord extérieur du fossé une crête formée par la vase refoulée en dehors; au fond et immédiatement en dedans du sillon tracé par le bord de la crapace est un petit bourrelet saillant dû à la vase rejetée de ce côté; ce bourrelet, formé après le passage des pattes, recouvre sur un étroit espace les stries qu'elles ont laissées. Une des parois latérales du fossé, qui est restée intacte, porte des traces manifestes d'un frottement longitudinal, mais n'est nullement burinée, comme elle l'eût été certainement si la face extérieure de la carapace eût été munie de protubérances et d'épines. On peut donc reconnaître que cette carapace était lisse.

» Un animal marin pourvu d'une carapace à bord inférieur mince et comme tranchant ne peut être cherché que parmi les classes des Crustacés et des Pœcilopodes; mais cette dernière se trouve écartée par ce fait que pas plus dans les genres fossiles que dans le genre vivant qui la composent les pattes ne portent les nombreuses ramifications que nous savons avoir existé chez l'animal des Bilobites striés. Celui-ci était donc un Crustacé, et, en raison de la conformation de ses membres, on ne peut le rapporter qu'à l'ordre des Phyllopodes ou à celui des Ostracodes, les seuls où l'on trouve des pattes à ramifications multiples.

» On peut même aller plus loin dans cet essai de détermination. Les Ostracodes paléozoïques, dont quelques espèces sont très grandes, avaient, comme leurs analogues actuels, le corps enfermé entre deux valves qui ne laissaient entre leurs bords libres qu'une fente étroite, pour le passage des membres natatoires. Ils n'auraient pu tracer sur la vase de larges sillons bilobés. Au contraire, ces sillons pouvaient facilement être produits par des Phyllopodes; car les plus anciens animaux de cet ordre avaient, comme la plupart des espèces actuelles, une carapace en bouclier recouvrant seulement les parties dorsale et latérales du corps, et laissant à nu la partie inférieure munie de membres dont l'extrémité pouvait se diriger librement dans tous les sens.

» L'étude détaillée des pistes nous amène donc à regarder l'animal auteur des *Cruziana* comme appartenant à la classe des Crustacés et à l'ordre des Phyllopodes. Il n'est pas encore possible d'aller au delà et de parvenir à une détermination générique. Tout ce qu'on peut dire, c'est que l'animal qui a tracé les petits Bilobites striés désignés sous le nom de

Crossochorda scotica était fort différent de celui qui a produit les *Cruziana*, bien qu'appartenant au même ordre. Chaque coup de patte de *Crossochorda* n'a jamais tracé plus de quatre sillons. Il y avait donc aux pattes rameuses quatre appendices seulement, comme dans les *Apus* actuels, mais bien plus régulièrement espacés. »

PHYSIOLOGIE. — *Relations du travail musculaire avec les actions chimiques respiratoires*. Note de MM. **M. Hanriot** et **Ch. Richet**, présentée par M. Richet.

« L'importante question du rapport qui unit le travail mécanique effectué avec le travail chimique intra-musculaire n'a pas reçu, semble-t-il, de solution précise. A l'aide de notre nouvelle méthode de dosage des gaz de la respiration, nous avons repris cette étude, et nous avons pu établir quelques données numériques certaines, un peu différentes des résultats généralement admis (1).

» Quoique Lavoisier ait admirablement posé le problème et même quoiqu'il ait fait deux expériences pour essayer de le résoudre (2), peu de physiologistes s'en sont occupés. En calculant les quantités de calories dégagées théoriquement par les aliments et en tenant compte des travaux mécaniques effectués, M. Helmholtz a conclu que le travail mécanique extérieur était le cinquième du travail chimique. M. Joule admet que c'en est le quart (3); M. Danilewsky dit le septième. Mais ce sont là des méthodes très indirectes.

» M. Heidenhain (4), M. Fick (5), M. Danilewsky (6) ont mesuré simultanément le travail mécanique effectué et la chaleur dégagée; ils pouvaient ainsi établir le rapport du travail mécanique extérieur avec la chaleur dégagée. Mais, malgré la précision des mensurations thermo-électriques, il s'agit, dans leurs expériences, de chiffres absolus tellement faibles qu'on ne peut guère considérer leurs résultats comme définitifs. Ils admettent, en effet, tantôt que le travail mécanique est la totalité (Heidenhain), tantôt le cinquième (Fick), tantôt la moitié (Danilewsky) du travail chimique intérieur.

---

(1) Voir nos Communications précédentes (*Comptes rendus*, 14 février, 9 mai et 27 juin 1887).

(2) Lavoisier, *Œuvres complètes*, t. II, p. 696, édit. de 1862.

(3) Voir Fick, *Mechanische Arbeit und Wärmeentwicklung bei der Muskelthätigkeit*, p. 231. Leipzig, 1881.

(4) *Wärmeproduction und Arbeitsleistung* (*Arch. de Pflüger*, t. XXX, p. 196).

(5) *Mechanische Leistung, Wärmeentwicklung und Stoffumsatz bei der Muskelthätigkeit*. Leipzig, 1864.

(6) *Wärmeentwicklung bei Muskelzuckung* (*Arch. de Pflüger*, t. XVI, p. 59).

» M. Hirn (1) est le seul qui ait envisagé le problème sous toutes ses faces; mais sa méthode, irréprochable en théorie, ne paraît d'une sensibilité suffisante, ni au point de la mesure calorimétrique, ni au point de vue du dosage des gaz expirés. D'ailleurs, il n'a fait qu'un petit nombre d'expériences. Il a été amené à conclure que le travail effectué représente le quart de l'action chimique intra-musculaire.

» Dans nos expériences, nous n'avons pas mesuré la chaleur dégagée, mais seulement le travail chimique et le travail mécanique. Nous avons fait exécuter à un même individu un travail mécanique déterminé, consistant à soulever un poids de 18^{kg} à une hauteur de $0^{\text{m}},50$, puis à le laisser retomber à terre. Ainsi chaque soulèvement représente un travail de $9^{\text{kgm}},5$.

» En même temps, nous mesurions ses échanges respiratoires. Comme nous avions soin, avant et après cette mesure, de prendre ses échanges respiratoires normaux, il est clair que la différence entre la respiration normale et la respiration pendant le travail mesure le travail chimique final, qui répond au travail mécanique effectué.

» La moyenne de plusieurs séries d'expériences, aussi concordantes qu'on peut l'espérer en un sujet dépendant de tant de variables, nous donne les chiffres suivants :

Poids soulevé............	5232 fois		
Ventilation excédante.....	5661^{lit},	soit pour 10 poids	$10^{\text{lit}},8$
CO^2 excédant............	$259^{\text{lit}},62$	»	$0^{\text{lit}},494$
O..........................			$0^{\text{lit}},326$

» La quantité excédante d'oxygène absorbé a toujours été inférieure à la quantité excédante d'acide carbonique dégagé. En outre, si l'on compare l'acide carbonique excédant à l'excédent de la ventilation, on trouve une proportion de 4,5 pour 100, qui exprime d'une manière très exacte la proportion centésimale vers laquelle tend l'air expiré, dans le travail musculaire tant soit peu énergique. Il s'agit là d'un rapport de deux différences, et trouver un chiffre aussi voisin du chiffre vrai, c'est en quelque sorte faire le contrôle sévère de nos diverses relations numériques.

---

(1) *Revue scientifique*, t. XXXIX, p. 681; 1887.

» Avant de calculer la relation du travail mécanique exécuté avec les échanges respiratoires, nous devions apprécier une partie du travail qui n'est pas comprise dans le soulèvement des poids, à savoir l'élévation des bras et les mouvements du corps qui accompagnent tout exercice musculaire.

» Or, pour avoir exécuté les mouvements à vide, dans les mêmes conditions qu'avec les poids, il y a eu, par rapport à l'état de repos, pour 768 soulèvements des bras, dans cinq séries d'expériences, un excédent de production d'acide carbonique de $7^{\text{lit}},14$, et un excédent d'absorption d'oxygène de $2^{\text{lit}},03$, ce qui correspond à un excédent, pour 10 soulèvements, de $0^{\text{lit}},093$ d'acide carbonique, et de $0^{\text{lit}},025$ d'oxygène. En retranchant ces nombres des nombres précédents, nous arrivons, pour exprimer l'acide carbonique et l'oxygène répondant à 10 soulèvements, ou à 95^{kgm}, à $0^{\text{lit}},401$ pour l'acide carbonique, et $0^{\text{lit}},301$ pour l'oxygène.

» Ainsi, indépendamment de toute hypothèse sur la nature des actions chimiques qui produisent le travail mécanique et la chaleur, nous venons à cette conclusion que, pour 100^{kgm}, en chiffres ronds, nous faisons passer dans les poumons 11^{lit} d'air de plus, nous absorbons $0^{\text{lit}},300$ d'oxygène de plus, et nous dégageons $0^{\text{lit}},400$ d'acide carbonique de plus qu'à l'état de repos.

» Pour évaluer exactement la chaleur dégagée par ces actions chimiques, dont nous n'avons ici que l'un des termes, l'acide carbonique, il faudrait savoir dans quelle combinaison chimique se trouve engagé le carbone qui brûle. On admet généralement, et les expériences récentes de M. Chauveau confirment cette opinion, que c'est du glycose qui brûle. Mais, en fait d'hydrates de carbone, il n'y en a dans l'organisme qu'en quantité insuffisante pour expliquer le grand dégagement d'acide carbonique que produit toute contraction musculaire. Par conséquent, chez l'individu à jeun, ce glycose devrait se former sans cesse aux dépens d'autres substances : il ne serait donc là qu'un produit intermédiaire, provenant des graisses et de la glycérine des graisses plutôt que des matières albuminoïdes. Quoi qu'il en soit de ces hypothèses, le rapport de l'oxygène consommé à l'acide carbonique dégagé nous montre que l'équation chimique de la contraction musculaire est plus compliquée qu'une simple combustion du glycose ou de la glycérine.

» En adoptant pour le glycose le chiffre de 680^{cal} pour une molécule de 180^{gr}, nous trouvons que nos $0^{\text{gr}},800$ d'acide carbonique répondent à 0,545 de glycose, soit à $2^{\text{cal}},05$ ou 860^{kgm}. Le rendement réel étant dans nos expériences de 95^{kgm}, on voit que le rendement de la machine animale a été le $\frac{1}{9}$ du rendement théorique.

» Mais, comme il y a plus d'acide carbonique produit que d'oxygène consommé, notre chiffre de calories est certainement trop fort. En prenant pour base les quantités d'oxygène absorbé, et en supposant qu'il a été employé totalement à la combustion du glycose et qu'il n'y a pas eu d'autre source de chaleur, nous aurions trouvé une combustion de 0,400 de glycose et un travail de 645^{kgm}, avec un rendement réel représentant le $\frac{1}{7}$ du rendement théorique. Il est permis de supposer que le chiffre exact du rendement de la machine animale dans les conditions susdites se trouve compris entre ces deux limites de $\frac{1}{7}$ et de $\frac{1}{9}$. »

PHYSIOLOGIE. — *Recherches expérimentales sur des chiens décapités (circulation et respiration).* Note de M. **Paul Loye**, présentée par M. Brown-Séquard.

« Les expériences dont j'ai l'honneur de présenter les résultats ont été exécutées au moyen d'un appareil analogue à la guillotine.

» I. *Quantité de sang perdue par l'animal décapité* : 1° *par la tête*; 2° *par le tronc*. — En recueillant avec soin et séparément tout le liquide sanguin rejeté au dehors par la tête et par le tronc, voici les chiffres que j'ai obtenus :

Numéros.	Poids du chien. kg	Poids du sang perdu par la tête. kg	Poids de la tête séparée du tronc. kg	Rapport du poids du sang perdu par la tête au poids de cette tête.	Poids du sang perdu par le tronc. kg	Poids du tronc séparé de la tête. kg	Rapport du poids du sang perdu par le tronc au poids de ce tronc.	Poids total du sang perdu par l'animal. kg	Rapport du poids total du sang perdu au poids de l'animal.
1.....	4,500	0,021	0,590	$\frac{1}{27}$	0,255	3,910	$\frac{1}{15}$	0,276	$\frac{1}{16}$
2.....	7.600	0,030	1,060	$\frac{1}{35}$	0,375	6,135	$\frac{1}{16}$	0,405	$\frac{1}{18}$
3.....	10,700	0,040	1,330	$\frac{1}{33}$	0,520	9,370	$\frac{1}{18}$	0,560	$\frac{1}{19}$
4 (1)..	4	0,008	0,550	$\frac{1}{68}$	0,105	3,450	$\frac{1}{32}$	0,113	$\frac{1}{35}$
5 (1)..	9,850	0,020	1,100	$\frac{1}{55}$	0,215	8,750	$\frac{1}{40}$	0,235	$\frac{1}{42}$

---

(1) Chien refroidi à 25°.

» La lecture de ce Tableau montre que, proportionnellement à son poids, le tronc perd beaucoup plus de sang que la tête : il en perd environ deux fois plus. Ce résultat était d'ailleurs facile à prévoir, à cause du fonctionnement du cœur, lequel continue, après la décapitation, à expulser le sang resté dans l'arbre circulatoire. Un autre renseignement, fourni par l'examen de ce Tableau, a trait à la taille des animaux décapités. L'hémorragie paraît être proportionnellement plus abondante chez les chiens de petite taille que chez les gros chiens.

» Enfin, nous voyons que les animaux préalablement refroidis à 25°, affaiblis par une basse température, perdent beaucoup moins de sang que les animaux décollés à température normale. Les premiers conservent dans leurs vaisseaux et dans leurs tissus une plus grande quantité de liquide sanguin que les seconds. La preuve en est, du reste, donnée à l'autopsie : les poumons de ceux-ci sont pâles et exsangues; le tissu pulmonaire des premiers est lourd, rougeâtre et congestionné.

» Si nous nous reportons aux chiffres indiqués dans les Ouvrages classiques, nous savons que, chez le chien, la masse totale du sang représente environ $\frac{1}{13}$ du poids de l'animal. Or, dans le tronc décapité, la perte de sang est de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{16}$ du poids de ce tronc : c'est donc une anémie presque complète qui survient après la décollation.

» Dans la tête, au contraire, la quantité de sang perdue n'est que de $\frac{1}{30}$ environ du poids de cette partie. Aussi, à l'autopsie, les vaisseaux encéphaliques contiennent-ils encore une certaine quantité de liquide sanguin; ce liquide est du reste mélangé de bulles d'air.

» II. *Cœur et pression sanguine.* — La présence de ces bulles d'air dans les veines du cerveau autorise à penser que, malgré la privation de l'influence cardiaque, une faible circulation continue à s'effectuer dans la tête après la décollation, grâce à la contractilité artérielle.

» Dans le tronc, cette circulation persiste d'ailleurs pendant un certain temps. Au moment où la tête est tranchée, les battements du cœur s'arrêtent quelquefois brusquement pendant une seconde. Mais, aussitôt après, les contractions cardiaques augmentent de fréquence; au bout d'une minute, l'accélération s'accroît encore et le cœur bat deux et même trois fois plus rapidement qu'à l'état normal. A l'instant où les artères sont presque vides, c'est-à-dire environ deux minutes après la décollation, le nombre des battements dépasse encore de beaucoup le chiffre physiologique.

» Chez les chiens décapités, le cœur s'arrête en général définitivement à la quatrième minute après la chute du glaive; une fois, cependant, dans mes expériences, il a cessé de battre à la douzième minute seulement.

» La pression sanguine présente un brusque abaissement au moment de la section du cou. Cette chute ne dure toutefois guère qu'une seconde. Presque aussitôt, en effet, la pression se relève; et non seulement elle se relève, mais elle dépasse même légèrement la hauteur qu'elle atteignait avant la décollation. Puis elle s'abaisse peu à peu en faisant encore quelques tentatives de relèvement; enfin, au bout d'un certain temps, au bout d'une minute et demie environ, elle tombe à zéro.

» C'est à des modifications du système nerveux que sont dus ces différents phénomènes. Le cœur reçoit des filets moteurs de deux origines et de deux natures différentes. La moelle et le grand sympathique lui apportent des nerfs accélérateurs; le pneumogastrique lui fournit des nerfs d'arrêt, des filets modérateurs. Or, au moment de la décollation, le pneumogastrique est coupé, la moelle est sectionnée : tous deux sont irrités par le passage du couteau. Le résultat de l'excitation du pneumogastrique, c'est l'arrêt du cœur et la chute de la pression sanguine; le résultat de l'excitation de la moelle cervico-dorsale, c'est l'augmentation de fréquence des battements cardiaques. Les deux excitations se manifestent donc dès que la tête est tranchée.

» Mais l'excitation est de courte durée, et, cependant, le nombre des battements du cœur reste très élevé. C'est que le pneumogastrique, le nerf d'arrêt, a perdu, après la décapitation, ses rapports avec son centre, avec la moelle allongée; il ne peut plus agir, il ne peut plus refréner les battements cardiaques. Au contraire, les filets accélérateurs ont conservé leurs relations avec leur centre, car celui-ci se trouve dans cette moelle cervico-dorsale, au-dessus de laquelle a passé le glaive de la guillotine.

» Le cœur ne peut donc plus se tenir en équilibre : ses nerfs d'arrêt étant supprimés, ses filets accélérateurs restent seuls à agir. De là cette rapide et puissante augmentation du nombre des battements.

» III. *Respiration.* — Après la décapitation, les efforts respiratoires persistent pendant deux minutes dans la tête, sous forme de bâillements, de mouvements de la bouche et des narines; mais ils disparaissent immédiatement dans le tronc de l'animal. Cependant, les tracés graphiques montrent qu'au moment de la séparation de la tête, le thorax exécute un profond mouvement inspiratoire. Cette grande inspiration, qui est suivie d'une expiration plus ou moins lente, est due à l'excitation de la moelle épinière en arrière de la section : le nerf phrénique, les nerfs intercostaux sont, en effet, violemment excités à leurs points d'origine.

» Le tronc décapité se trouve donc dans les conditions de l'asphyxie; à cause de l'anémie, à cause de l'absence de respiration, les tissus ne peuvent plus recevoir l'oxygène nécessaire à leur fonctionnement; ils ne peuvent plus se débarrasser de l'acide carbonique dont ils sont chargés. Aussi ce tronc présente-t-il, entre autres mouvements, des convulsions asphyxiques très faciles à reconnaître.

» La tête décollée se trouve également en état d'asphyxie, et pour les mêmes raisons. Aussi certains des mouvements exécutés par cette tête sont-ils analogues à ceux que présente un animal asphyxié.

» L'asphyxie n'est cependant pas la seule cause de mort des animaux décapités. La section de la moelle cervicale peut produire une irritation capable d'aller à distance arrêter, inhiber différentes fonctions. C'est à cette section de la moelle épinière que paraît être due surtout la perte de connaissance qui survient aussitôt après la décapitation. »

PHYSIOLOGIE. — *Du mécanisme de la mort sous l'influence de la chaleur.* Note de M. **Bonnal**, présentée par M. Bouchard.

« De nos jours, et quoiqu'on puisse s'en montrer surpris, l'importance du rôle que joue l'évaporation dans la tolérance aux hautes températures est encore à établir; et Cl. Bernard, après avoir constaté que *la question traitée par Delaroche n'est pas absolument résolue, comme beaucoup de physiologistes paraissent le croire*, a soin de déclarer que ce sujet n'a pas fait l'objet de ses recherches et qu'il s'est uniquement occupé d'étudier le mécanisme de la mort sous l'influence de la chaleur.

» Les expériences qu'à mon tour j'ai entreprises ont eu pour but d'étudier à la fois et le rôle joué par l'évaporation et le mécanisme au moyen duquel la mort survient quand on soumet, durant un temps trop long, un être vivant à une température beaucoup trop élevée pour lui. Ces deux études ne peuvent être disjointes, et c'est certainement à tort que Cl. Bernard a cru pouvoir les scinder.

» J'ai expérimenté exclusivement sur l'homme, alternativement plongé dans un milieu liquide, dans une étuve sèche et dans une étuve saturée de vapeur; le corps nu et le corps enveloppé; la tête hors de l'étuve et la tête dans l'étuve, en ayant soin de noter très exactement les perturbations physiologiques au fur et à mesure qu'elles se produisaient, condition qu'on ne peut réaliser quand on expérimente sur les animaux et sans laquelle il est impossible de trouver la solution du problème. J'ajouterai que j'ai dû expérimenter sur moi quand il s'est agi de températures très élevées; et c'est ainsi qu'il m'est arrivé de prendre des bains d'air chaud à 135° et des bains d'eau chaude à 46°, séjournant dans les uns et dans les autres quinze minutes et attendant pour en sortir le moment où la syncope allait se produire ([1]).

» Mes expériences, poursuivies pendant plus de six ans, et s'élevant à environ 130, peuvent se résumer dans les conclusions suivantes :

» De même que les observations météorologiques, les expériences dans les étuves démontrent que la vie est possible dans des milieux dont la température est supérieure à celle de l'homme. J'ai pu séjourner trois heures dans une étuve sèche à 40° sans constater parfois une élévation de plus de 0°,1 ou 0°,2 de la chaleur animale.

» La tolérance pour les hautes températures est de beaucoup plus grande dans l'air sec que dans l'air saturé de vapeur, et que dans le bain d'eau. Ainsi, il n'est pas plus pénible de séjourner quinze minutes dans une étuve sèche à 135° que de séjourner durant quinze minutes dans un bain d'eau à 46°, la tête seule émergeant de la baignoire. Cette tolérance varie d'un individu à l'autre et est intimement liée à l'état des forces. L'âge, le sexe, le poids, la constitution ne paraissent pas l'influencer.

» Un séjour, même de courte durée, dans un milieu dont la température est supérieure à celle de l'homme, a pour effet constant de provoquer une perte de poids. Cette perte est en rapport direct avec la température du milieu et la durée du séjour. A température égale, elle est beaucoup plus grande dans l'air saturé de vapeur que dans l'air chaud. Après un séjour de trois heures dans une étuve à 40°, j'ai constaté une différence de

---

([1]) Pour les instruments dont je me suis servi, voir *Comptes rendus* des 27 octobre 1879, 15 novembre 1880, 2 novembre 1885.

J'ai expérimenté sur cinq hommes et deux femmes d'âge et de poids différents. Mes expériences dans les bains saturés de vapeur ont eu lieu à Aix-les-Bains (étuve du Bouillon, temp. 42°) en octobre 1876 et 1877; et celle dans l'air sec, au Hammam de Nice. Mes expériences aux très hautes températures ont été faites en présence de MM. le Dr Balestre, professeur agrégé, Viltard, pharmacien principal, et le Dr P. Boulard. La température des bains, dans lesquels je suis entré sans transition aucune, est restée constante pendant toute la durée de l'expérience.

1100gr et, chez le même sujet, une perte de 600gr après un séjour de vingt-cinq minutes, dans une étuve saturée de vapeur à 41°. De plus, tandis que la transpiration s'arrête immédiatement et d'elle-même au sortir d'un bain d'air chaud à 50°, elle se continue pendant très longtemps au sortir d'un bain saturé de vapeur ou d'un bain de baignoire à 40°. Après un bain d'eau à 46°, d'une durée de quinze minutes, la transpiration a continué pendant une heure. J'étais couché et enveloppé d'un simple peignoir de toile et la perte totale a été de 2200gr. C'est donc à tort que Claude Bernard a conclu de ses expériences sur les animaux que la perte de poids est nulle dans la chaleur humide.

» Quelle que soit la perte de poids subie, cette perte est récupérée après un intervalle de vingt-quatre heures, et, si elle a été considérable, les urines émises durant ce laps de temps sont presque nulles et ne réapparaissent que quand l'organisme a repris son poids normal.

» L'intensité des troubles physiologiques qu'on observe lorsque l'être vivant est soumis à une température supérieure à la sienne est d'autant plus grande que la température du milieu est plus élevée et le séjour plus long; elle est plus marquée, toutes choses égales d'ailleurs, dans le bain d'eau et dans le bain saturé de vapeur que dans l'étuve sèche.

» L'ordre dans lequel ces troubles se montrent est très variable; tantôt c'est la gêne de la respiration qui commence et tantôt l'accélération du pouls. De plus, la fréquence de la respiration et celle du pouls ne sont pas toujours en parfaite concordance.

» Quant à la chaleur animale, son élévation, *fait très important à noter*, ne se produit qu'après l'apparition des troubles physiologiques et ne les précède jamais.

» Le rôle de l'évaporation dans la tolérance aux très hautes températures me paraît à peu près nul, et pourtant la sueur est d'autant plus abondante que le danger est plus pressant, et elle ruisselle alors sur tout le corps.

» Il me paraît parfaitement établi que la mort est le résultat direct de la lésion du système nerveux grand sympathique. C'est lui, comme on le sait, qui est l'unique régulateur de toutes les fonctions indispensables au maintien de la vie; quand il se trouve vaincu dans la lutte qui lui est livrée, la respiration et la circulation s'accélèrent de plus en plus, la température s'élève et la mort survient.

» Il y a lieu d'être surpris que Claude Bernard, après avoir si magistralement établi le rôle du système nerveux et avoir déclaré qu'*il est le passage* *obligé entre l'être vivant et le monde qui l'entoure,* ait oublié ces vérités irréfutables et qu'il ait attribué la mort sous l'influence de la chaleur à la perte des propriétés vitales de la fibre musculaire de la vie organique.

» Les conséquences qui découlent de la connaissance de ces faits me paraissent avoir une importance extrême au point de vue clinique. L'élévation de température que l'on constate dans les pyrexies aiguës doit être considérée comme un *effet* et non comme une *cause :* elle n'est, en un mot, qu'un *symptôme.* Si dans le traitement de quelques-unes d'entre elles et en particulier dans celui de la fièvre typhoïde, l'emploi des bains est si efficace, ce n'est pas parce qu'on obtient, grâce à eux, un abaissement de quelques degrés de la chaleur animale, mais bien parce qu'ils ont une action directe sur le système nerveux qu'ils influencent favorablement et qu'ils ramènent pour un temps plus ou moins long à son fonctionnement normal. »

ASTRONOMIE. — *Observation du bolide du* 17 *juin* 1887. Note de MM. **Waltner** et **Didier**, présentée par M. C. Wolf.

« Nous nous trouvions dans la rue de Rennes, allant vers la gare Montparnasse, après avoir dépassé de quelques pas la cour du Dragon, lorsque nos yeux furent soudain attirés par un météore excessivement brillant, qui apparaissait dans le ciel, à 45° de hauteur environ, au-dessus des maisons du côté gauche de la rue. Il était $7^h 45^m$ et par conséquent il faisait encore grand jour. Le bolide descendait lentement, suivant un grand cercle presque vertical, en obliquant cependant un peu vers notre droite. Au bout de cinq secondes environ, il s'éteignit sans explosion et sans bruit avant d'avoir atteint le toit des maisons.

» Le météore avait vers la base l'apparence d'un gobelet, aux contours inférieurs très nets; il s'allongeait en flamme bien définie et se terminait par une lueur diffuse rappelant une queue de comète. Les contours de la base étaient *bleutés,* la flamme *jaunâtre,* la lueur *blanchâtre.* Le diamètre de la base avait à peu près la moitié du diamètre apparent de la Lune. Le ciel était très clair et le bolide d'une puissance de lumière inouïe.

» Après son extinction, il laissa sur tout son parcours une sorte de ruban très mince relativement à la largeur du météore, blanchâtre, très légèrement ondulé, fixe et immobile, d'intensité constante, qui dura pendant plus d'une minute peut-être. L'aspect était celui d'un filet de fumée. »

M. **Daubrée**, en présentant, de la part de M. *F. de Botella*, un Ouvrage publié en langue espagnole, intitulé : *Géographie morphologique de la Péninsule; lois de distribution de ses chaînes, côtes et cours d'eau*, fait ressortir l'intérêt de ce travail.

« Une étude approfondie du réseau complexe de chaînes et de collines qui couvre l'Espagne a conduit l'auteur à en établir une répartition qui met en évidence leurs principales directions de soulèvement, d'après de nombreux alignements relevés avec grand soin. Géographiquement, ces chaînes limitent les cinq grands bassins hydrographiques du Duero, de l'Elbe, du Tage, du Guadiana et du Guadalquivir. Géologiquement et par leur orientation, elles se rattachent, d'après M. de Botella, aux grands cercles du réseau pentagonal, et leur âge, déterminé par les observations locales, se trouve rigoureusement d'accord avec celui qu'indique la théorie d'Élie de Beaumont. Au texte est jointe une carte, avec un diagramme superposé, qui représente la direction des lignes de partage des eaux, celles des fleuves et des rivières et celles des principales cassures de la Péninsule. Par une seconde carte figurant l'Espagne romane, au IV^e siècle, avec la courbe de 1000^m d'altitude, M. de Botella justifie les noms les plus appropriés aux massifs montagneux. »

M. **Fokker** adresse, de Gröningue, une Note « Sur les hématocytes ».

M. **A. Fournet** adresse une Note relative à la distinction des différents genres d'astigmatisme.

M. **Le Blon**, à l'occasion des projets de signaux sonores sous-marins adressés à l'Académie, rappelle des essais qu'il a faits, dès 1877, sur des communications téléphoniques sous-marines entre navires.

M. **Aug. Joly** adresse une réclamation de priorité relative au mode d'entretien du mouvement du pendule électrique, présenté par M. *Carpentier*.

A 5 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 6 heures un quart. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 4 juillet 1887.

Œuvres complètes de Laplace; T. VII. Paris, Gauthier-Villars, 1886; in-4°.

Fondation R. Bischoffsheim. Annales de l'observatoire de Nice; par M. Perrotin; T. II. Paris, Gauthier-Villars, 1887; in-4°.

Atlas de Météorologie maritime. Paris, Gauthier-Villars, 1887; in-4°.

Sécurité dans les théâtres; par M. Émile Guimet. Lyon, imprimerie Pitrat, 1887; br. in-8°.

Bulletin du Conseil supérieur de Statistique; n° 2, deuxième session de 1886. Paris, Imprimerie nationale, 1887; in-8°. (Deux exemplaires.)

Étude de posologie hydrominérale rationnelle dans les troubles de la respiration et de la circulation; par le Dr Lahillonne. Paris, Félix Alcan, 1887; br. in-8°. (Présentée par M. le baron Larrey.)

Les eaux souterraines aux époques anciennes. Rôle qui leur revient dans l'origine et les modifications de la substance de l'écorce terrestre; par A. Daubrée. Paris, Vve Ch. Dunod, 1887; gr. in-8°.

Les eaux souterraines à l'époque actuelle. Leur régime, leur température, leur composition au point de vue du rôle qui leur revient dans l'économie de l'écorce terrestre; par A. Daubrée. Paris, Vve Ch. Dunod, 1887; 2 gr. in-8°.

Phyllades de Saint-Lô et conglomérats pourprés dans le nord-ouest de la France : cambrien, précambrien, archéen; par Edm. Hébert. F. Aureau, imprimerie de Lagny, 1887; br. in-8°.

Mémoires de la Société géologique de France; 3e série, T. IV, III : *Formation des couches de houille et du terrain houiller (géogénie); par* M. C. Grand'Eury. Paris, au local de la Société, 1887; in-4°.

Bulletin de la Société géologique de France; 3e série, T. XIV, feuilles 42-60 (19-28 août 1886), Pl. XXXI-XXXVII. Paris, au siège de la Société, 1885-1887; in-8°.

Catalogue critique des Mammifères apélagiques sauvages de la Tunisie; par Fernand Lataste. Paris, Imprimerie nationale, 1887; br. in-8°.

Liste des cladocères et des copépodes d'eau douce observés en France; par J. Richard. Paris, au siège de la Société zoologique de France, 1887; br. in-8°.

De la récolte et de la conservation des Entomostracés d'eau douce, cladocères et copépodes; par J. Richard; br. in-4°.

Recueil d'études paléontologiques sur la faune crétacique du Portugal; Vol. II : *Description des Échinides; par* P. de Loriol. Premier fascicule : *Échinides réguliers ou endocycles.* Lisbonne, imprimerie de l'Académie royale des Sciences, 1887; in-4°.

Report of Committee of inquiry into M. Pasteur's treatment of hydrophobia; br. in-4°.

Commission géologique et d'Histoire naturelle du Canada. Rapport annuel. Nouvelle série, Vol. I, 1885.

Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, T. XXI, 5^{me} livraison. Harlem, les héritiers Loosjes, 1887; br. in-8°.

Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni; T. XIX, agosto 1886. Roma, 1886; br. in-4°.

On the determination of the radius vector in the absolute orbit of the planets; by Prof. Hugo Gyldén. Stockholm; br. in-8°.

Royal Institution of Great Britain. Weekly evening meeting, friday, june 3, 1887. *The applications of Photography in Astronomy;* br. in-8°.

Den norske nordhavs-expedition, 1876-1878, XVIII^A-XVIII^B, *nordhavets dybder, Temperatur og Stromninger,* ved H. Mohn. Christiania, 1887; 2 vol. in-4°.

Untersuchungen über Heterogenese. I. Protoplasmawirkungen; von D^r A.-P. Fokker. Gröningen, 1887; br. in-8°.

España. — Geografia morfologica y etiologica. Observaciones acerca de la constitution orografica de la peninsula y leyes de direccion de sus sierras cordilleras, costas y rios principales; por Don Federico de Botella y de Hornos. Madrid, 1887; in-4°. (Présenté par M. Daubrée.)